EVALUACION: 1ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 7/11/13** **EXAMEN: 1º**

1) **a)** En el segundo curso de bachillerato de un instituto hay matriculados un total de 65 alumnos divididos en tres grupos A, B y C. En el centro comen un total de 42 alumnos que corresponden a la mitad de los del grupo A, las cuatro quintas partes de los del grupo B y las dos terceras partes de los del grupo C. A una salida extraescolar acudieron las tres cuartas partes de los del grupo A, todos los del B y las dos terceras de los del C sumando en total 52 estudiantes. ¿Cuántos alumnos hay en cada grupo?. ***(Resuélvelo por el método de Gauss)***

b) Comprueba que $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ p+q & q+r & r+p \\ x+y & y+z & z+x \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$

(No se puede aplicar la regla de Sarrus)

2) **a)** Dada la matriz: $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

i) Demuestra que se verifica la igualdad $\boldsymbol{A^3 + I_3 = 0_3}$

ii) Justifica que la matriz $\boldsymbol{A}$ es invertible y calcula $\boldsymbol{A^{-1}}$

iii) Calcula razonadamente utilizando el apartado **(i)** $\boldsymbol{A^{10}}$

b) Halla todas las matrices de la forma $B = \begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}$ que conmutan con la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y cuyo determinante vale 4

3) Dado el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} x + my + 3mz &= 0 \\ mx + 2my + 12z &= 1 \\ 2x + my + 2mz &= m \end{aligned}\right\}$$

i) Discutirlo según los valores del parámetro ***"m"***

ii) Resolverlo cuando sea compatible

EVALUACION: 1ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 27/11/13 EXAMEN: REC

1) **a)** Disponemos de 54 monedas distribuidas en tres montones. Si pasamos 8 monedas del primer montón al tercero, después pasamos 8 monedas del segundo montón también al tercero y, finalmente, pasamos 2 monedas del tercer montón al primero, resulta que todos los montones tienen el mismo número de monedas. ¿Cuántas monedas había al principio en cada uno de los montones?.
(Resuélvelo por el método de Gauss)

b) Comprueba que $\begin{vmatrix} x & x-1 & x+1 \\ x+1 & x & x-1 \\ x-1 & x+1 & x \end{vmatrix} = 9\,x$

(No se puede aplicar la regla de Sarrus)

2) **a)** Dada la matriz: $A = \begin{pmatrix} x & 2 & -1 \\ 2 & x & 0 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ y la matriz $B = \begin{pmatrix} y & -1 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -y \end{pmatrix}$

i) Calcula los valores de x para los cuales la matriz A es inversible

ii) Calcula los valores de y para los cuales la matriz B es inversible

iii) Para $x = 0$ e $y = -2$ encuentra una matriz **X** que cumpla que **A . X . B = A - B**

b) Si **M** es una matriz cuadrada de orden 3 y $|M| = \frac{1}{8}$ ¿ cuánto vale $|2\,M|$?

¿ y $|M^{-2}|$? . Razona las respuestas.

3) Dado el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} (m+2)\,x \;+\; (m-1)\,y \;-\; z \;=\; 3 \\ m\,x \;-\; y \;+\; z \;=\; 3 \\ x \;+\; m\,y \;-\; z \;=\; 1 \end{array}\right\}$$

i) Discutirlo según los valores del parámetro ***"m"***

ii) Resolverlo cuando sea compatible

EVALUACION: 2ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 16/1/14** **EXAMEN: 1º**

1) Con los vectores $\vec{u} = (1, 0, -1)$, $\vec{v} = (2, 1, -m)$ y $\vec{w} = (0, 1, -2)$ construimos los vectores

$\vec{a} = \vec{u} \ x \ \vec{v}$, $\vec{b} = \vec{u} \ x \ \vec{w}$ y $\vec{c} = \vec{v} \ x \ \vec{w}$.

i) Estudia la dependencia o independencia lineal de los vectores $\{\vec{a}\ ,\ \vec{b}\ ,\ \vec{c}\}$ según los valores del parámetro $\boldsymbol{m}$

ii) Para el caso $\boldsymbol{m = 0}$ expresa el vector $\vec{d} = (-3, 0, -5)$ como combinación lineal de los vectores $\{\vec{u}\ ,\ \vec{v}\ ,\ \vec{w}\}$

2) Dados los planos $\pi_1 :\ x - y + 3 = 0$ y $\pi_2 : 2x + y - z = 0$, determinar:

i) La ecuación de la recta perpendicular a π_1 que pasa por el punto P(2,2,1)

ii) La ecuación del plano perpendicular a la recta que determinan los planos π_1 y π_2 que pasa por el punto A(1,1,-1)

iii) La recta paralela a π_1 y π_2 que pasa por el punto B(2,2,3)

3) Un asteroide, que sigue aproximadamente una trayectoria dada por la recta $r: x + 1 = \frac{y}{2} = 2z + 1$ se está acercando a un planeta situado en el punto P(1,1,2)

i) Calcula la distancia más cercana a la que se encontrará del planeta

ii) Calcula el punto de la trayectoria del asteroide donde se alcanzará dicha distancia mínima

iii) Si inicialmente el asteroide se encuentra en el punto Q(-1,0,-1/2) , calcula la distancia que deberá recorrer para alcanzar dicho punto

4) Un triángulo isósceles tiene el lado desigual en el segmento AB donde A(1,0,1) y B(-1,4,1). El tercer vértice C se encuentra en la recta $r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$.

i) Calcula el tercer vértice que falta

ii) Calcula el volumen del tetraedro formado por el origen de coordenadas y los puntos A, B y C

iii) Calcula los ángulos y el área del triángulo ABC

EVALUACION: 2ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 6/2/14** **EXAMEN: REC**

1) Dados los puntos A(0,1,1) , B(1,3,-2) y C(-1,-2,m)

a) Calcula **"m"** para que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ generen un rombo
b) Calcula el cuarto vértice D
c) Calcula los ángulos y el área del rombo
d) Calcula la ecuación general del plano que contiene al rombo

2) Dados los puntos A(1,2,3) , B(-1,-1,0) , el plano $\pi: 2x + y - z + 4 = 0$ y las rectas

$$r: \begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ x - y + z + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3t \end{cases}$$

a) Calcula el plano que pasa por A y por B, siendo paralelo a r
b) Calcula el plano que contiene a r y es paralelo a s
c) Calcula el plano que pasa por A, siendo paralelo a r y a s
d) Calcula la recta que pasa por B, es paralela al plano π y perpendicular a la recta s

3) Dada la recta $r: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ y la recta s que pasa por los puntos A(5,-3,-7) y B(0,2,-2)

a) Comprobar que se cortan, y determinar el punto de corte Q
b) Determinar el punto (o los puntos) C de r tal que los vectores $\overrightarrow{CA}$ y $\overrightarrow{CB}$ sean perpendiculares
c) Calcula el simétrico de A respecto de la recta r

4) Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -4 + t \end{cases}$ y $s: \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+1}{-1}$

a) Calcula la recta perpendicular común que se apoya en r y en s
b) Calcula los dos puntos de apoyo

EVALUACION: 3ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 3/4/14 EXAMEN: 1º

1) a) Calcula los siguientes límites:

$$i)\ \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}}{x^2-1} \qquad ii)\ \lim_{x\to 2} \left(\frac{x^2-3x-1}{x^2-7}\right)^{\frac{7}{x-2}}$$

b) Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función $f(x)=\frac{x}{1-|x-1|}$

2) a) Dada la función $f(x)=\begin{cases} e^{ax-b} & si\quad x<1 \\ 1-x\ \ln x & si\quad x\geq 1 \end{cases}$

i) Calcula a y b para que la función sea derivable en todo $\mathbb{R}$

ii) Halla la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa x=1 para los valores calculados en **(i)**

b) Define función continua y función derivable en un punto. ¿Qué relación hay entre continuidad y derivabilidad?

3) Deriva las siguientes funciones simplificando el resultado todo lo posible

$$i)\ y=\ln\left(\frac{1+sen\,x}{1-sen\,x}\right) \qquad ii)\ y=(1+\cos x)^{(x^2-x)}$$

$$iii)\ y=4\ln(\sqrt{x}-1)+\frac{2x\sqrt{x}}{3}+x+4\sqrt{x}$$

4) Dada la función $f(x)=\frac{a\,x^2+b\,x}{x^2+1}$

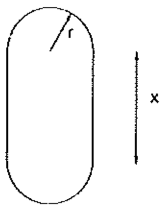
i) Calcula a y b para que pase por el punto P(1,1) y que la tangente en ese punto sea la recta 4x – y – 3 = 0

ii) Comprueba que la tangente en el origen de coordenadas no depende del parámetro a y sólo depende del parámetro b. ¿Cuál es la ecuación de esa tangente?

EVALUACION: 3ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 15/5/14** **EXAMEN: 2º**

1) **a)** Calcula los siguientes límites:

$$i)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{(1-senx)^2}{\cos^3 x} \qquad ii)\ \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+1}{x+2}\right)^{\frac{1}{\ln x}}$$



b) Queremos construir una pista de atletismo de 400 m con un rectángulo y dos semicircunferencias iguales en los extremos. Calcula el lado del rectángulo (**x**) y el radio de las semicircunferencias (**r**) para que el área del rectángulo interior de la pista sea máxima ¿Y si tuviera que ser máxima el área que encierra toda la pista?

2) Dada la función $y = x \,.\, e^{-x^2}$. Calcula su dominio, los cortes con los ejes, las asíntotas, máximos, mínimos, puntos de inflexión, concavidad, convexidad, su simetría y represéntala gráficamente.

3) Calcula las siguientes integrales:

$$i)\ \int (x^2-1)\ sen\,2x\ \ dx \qquad ii)\ \int \frac{sen^2x\ \ .\ \cos x}{sen^3x\ +\ 3\,sen^2x\ -\ sen\,x-3}\ dx$$

4) **a)** Calcula la integral definida

$$\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}-1}}{\sqrt{x}}\ dx$$

b) Calcula el área delimitada por la curva $y = (x^2+1)\,.\,\ln x$, el eje de abscisas y las rectas $x = \frac{1}{e}$ y $x = e$

EVALUACION: 3ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 20/5/14 EXAMEN: REC

1) a) Dada la función $f(x) = \begin{cases} m + n\,x^2 & si \quad x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x} & si \quad x > \frac{1}{2} \end{cases}$

i) Calcula **m y n** para que la función sea continua y derivable en $x = \frac{1}{2}$

ii) Para los valores calculados en el apartado **(i)** halla la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa $x = \frac{1}{2}$

b) Calcula $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$

2) a) Descomponer el número **e** en dos sumandos positivos de forma que la suma de los dos logaritmos (neperianos) de los sumandos sea máxima. Calcular también dicha suma.

b) Calcula

$$\int_0^2 \frac{e^{-x}}{e^{-x} - 5}\; dx$$

3) Dada la función $y = \frac{x^2 - 4}{e^x}$. Calcula su dominio, los cortes con los ejes, las asíntotas, máximos, mínimos, puntos de inflexión, concavidad, convexidad, su simetría y represéntala gráficamente.

4) a) Calcula

$$\int 2\,x\,\ln(x^3 + x)\;\; dx$$

b) Dadas las funciones $y = \frac{1}{x^2}$ e $y = \sqrt{x}$

i) Haz una gráfica de las dos funciones

ii) Halla el área encerrada por las dos funciones las rectas $x = \frac{1}{4}$, $x = 4$ y el eje de abscisas

CURSO: 2º B.C.T. **FECHA: 21/5/14** **EXAMEN: Final-1ª Ev**

1) Calcular las edades actuales de una madre y sus dos hijos sabiendo que hace 14 años la edad de la madre era 5 veces la suma de las edades de los hijos en aquel momento, que dentro de 10 años la edad de la madre será la suma de las edades que los hijos tendrán en ese momento y que cuando el hijo mayor tenga la edad actual de la madre, el hijo menor tendrá 42 años. Resuélvelo por el método de Gauss.

2) **a)** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, halla una matriz X que cumpla lo siguiente: $A \,.\, X \,.\, A^{-1} = B$

b) Dada la matriz $C = \begin{pmatrix} m & -1 & 0 \\ 1 & m-1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ halla el rango de la matriz C según los valores de m

Calcula la inversa de la matriz C para el caso $m = 0$

3) **a)** Calcula el determinante $\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ 1 & x+2 & 3 \\ 1 & 2 & x+3 \end{vmatrix}$ sin aplicar la regla de Sarrus

b) Sabiendo que el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ vale 3, calcula razonadamente:

i) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3x & 2y & z \\ 6 & 8 & 6 \end{vmatrix}$ **ii)** $\begin{vmatrix} 2+x & 4+y & 6+z \\ 3x-1 & 3y & 3z-1 \\ 3 & 4 & 7 \end{vmatrix}$

4) Dado el sistema:

$$\left.\begin{aligned} (m+1)\,x + y + z &= 3 \\ x + 2y + m\,z &= 4 \\ x + m\,y + 2\,z &= 2 \end{aligned}\right\} \quad \text{se pide:}$$

a) Discutirlo según los valores del parámetro m

b) Resolverlo en el caso de que sea compatible determinado y compatible indeterminado

CURSO: 2º B.C.T. **FECHA: 21/5/14** **EXAMEN: Final-2ª Ev**

1) Se consideran la recta $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$ el plano $\pi: 2x + 2y - 3z - 1 = 0$ y el punto A(4,5,0)

a) Calcula la ecuación de una recta s que sea paralela al plano π, perpendicular a la recta r y que pase por el punto A

b) Calcula la posición relativa de la recta r y el plano π y en el caso de que sean secantes calcula su intersección

2) Dados los planos $\pi_1: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda - \mu \\ y = \lambda + \mu \\ z = 2 + \mu \end{cases}$, $\pi_2: \begin{cases} x = -2 - \lambda - \mu \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = \lambda + 3\mu \end{cases}$ y el punto A(1,2,5)

a) Encuentra la ecuación de un plano perpendicular a π_1 y π_2 que pase por el punto A

b) Encuentra la ecuación de una recta paralela a π_1 y π_2 que pase por el punto A

c) Estudia la posición relativa del plano calculado en (a) y la recta calculada en (b)

3) Dados los planos $\pi_1: x - y + 3 = 0$, $\pi_2: 2x + y - z = 0$ y la recta $r: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases}$

a) Hallar el punto simétrico de P(2,0,1) respecto de la recta r

b) Determinar la posición relativa de la recta r con la recta s intersección de los planos π_1 y π_2

4) Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -4t \end{cases}$, $s: \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ 2x - 3y + z + 4 = 0 \end{cases}$

y los puntos A(1,1,1) y B(-2,3,1)

a) Halla el punto P intersección de las rectas r y s

b) Calcula los ángulos del triángulo APB

CURSO: 2º B.C.T. **FECHA: 26/5/14** **EXAMEN: Final-3ª Ev**

1) a) Dada la función $f(x) = \begin{cases} e^{x^2} + a\,x & si \quad x \le 0 \\ \frac{1}{x+b} \quad si & x > 0 \end{cases}$

i) Calcula los parámetros a y b para que la función sea continua y derivable en $x=0$

ii) Para $a=-2$ calcula la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa $x=-1$

b) Deriva y simplifica todo lo posible la siguiente función $f(x) = \frac{1}{2}\, arc\, tg\, \frac{x}{2} + \ln(x^2+4)$

2) a) Calcula los siguientes límites

:

i) $\lim\limits_{x \to 0} \; (1 - \cos x)^x$ **ii)** $\lim\limits_{x \to 0} \frac{arc\,tg\,x \; - \; x}{x \; - \; sen\,x}$

b) Queremos vallar un terreno rectangular que contenga 2400 m^2 de área. Calcula cuáles deben ser sus dimensiones para que el coste de la valla sea mínimo, sabiendo que la valla horizontal cuesta 30 €/m y la valla vertical cuesta 20 €/m

3) Dada la función $y = \frac{2x^2 - 2}{x - 3}$. Calcula su dominio, los cortes con los ejes, las asíntotas, los extremos relativos, su simetría y represéntala gráficamente.

4) a) Calcula

$$\int_0^2 \frac{x}{x^2 - \; 4x \; - \; 5} \quad dx$$

b) Calcula el área encerrada por la función $f(x) = x\,.\,e^{x^2+1}$, las rectas $x=-1$, $x=1$ y el eje de abscisas. Haz un esbozo de la gráfica de la función y el área encerrada.

CURSO: 2º B.C.T. EXAMEN: SEPTIEMBRE 2014

1) Dadas la matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & p & 0 \\ 1 & 0 & p \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 5 \end{pmatrix}$

a) Halla para qué valores de p la matriz A tiene inversa

b) Discutir y resolver (cuando sea posible) el sistema $A \, . \, X = B$

c) Se considera una matriz B de orden 3×3, cuyas filas se presentan por F_1, F_2, F_3 y cuyo determinante es -2. Consideramos la matriz C cuyas filas son $F_2, F_1 - 3F_3, 3F_2 - F_3$. ¿Cuál es el determinante de C?

2) Dado el punto A (1,2,3), la recta $r: \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ y el plano $\sigma : x + 2y - z - 1 = 0$. Hallar

a) El plano π que pasa por A y es perpendicular a r.

b) La ecuación continua de la recta intersección de los planos σ y π hallado en el apartado (a)

c) El ángulo, la posición y la distancia entre las rectas r y s hallada en el apartado (b)

3) Dada la función $f(x) = \frac{e^{\wedge}x}{x^2 + k}$, se pide :

a) Hallar el valor de k para que f(x) alcance un extremo relativo en $x = 1/2$

b) Hallar sus intervalos de crecimiento, decrecimiento , máximos y mínimos de f(x)

c) Hallar sus asíntotas.

4) **a)** Calcula la integral

$$\int \frac{\left(\sqrt{x+1}\right)^2 - 3\left(\sqrt{x+1}\right)}{\sqrt{x+1}\left(4 - \sqrt{x+1}\right)^2} \, dx$$

(Haz el cambio $\sqrt{x+1} = t$)

b) Calcula $\lim_{x \to 0} \; (1 - \cos x)^{\frac{x}{x-1}}$