MATEMÁTICAS 2º BACHILLERATO. EVALUACIÓN TEMA 1 15-Noviembre-2010

1. En un monedero hay monedas de 2 euros, 50 céntimos y 20 céntimos de euro, en total 23 monedas, con un valor de 23'80 euros. El número de monedas de 2 euros excede en 6 a la mitad de la diferencia entre el número de monedas de 50 céntimos y el de 20 céntimos. ¿Cuántas monedas hay de cada clase?

Plantea el sistema y resuélvelo aplicando el método de Gauss.

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz A^n.

b) Halla una matriz X que cumpla: $A = B^t + X \cdot B$

3. Dado el sistema: $\begin{cases} (m-1)x + y - z = 0 \\ x + 2y + mz = 1 \\ 5x + y - 6z = m - 4 \end{cases}$ se pide:

a) Discutirlo según los valores del parámetro m.

b) Resolverlo en el caso de compatible indeterminado.

c) Halla la indeterminada x en el caso de compatible determinado.

1. Se dispone de tres cajas A, B y C con monedas de 1 €. Se sabe que en total hay 36 €. El número de monedas de la caja A excede en 2 a la suma de las monedas de las otras dos cajas. Si se traslada una moneda de la caja B a la caja A, ésta tendría el doble de monedas que B. Averigua cuántas monedas había en cada caja.

2. a) Sea la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a^2 & ab & ab \\ ab & a^2 & b^2 \\ ab & b^2 & a^2 \end{pmatrix}$$

Sin utilizar la regla de Sarrus, calcular el determinante de dicha matriz.

b) Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \lambda & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

donde λ es un número real.

Encontrar los valores de λ para los que la matriz $A \cdot B$ tiene inversa.

3. a) Discute el sistema:

$$\begin{cases} (m^2-1)x + (m-1)y = 0 \\ m^2 \cdot y + z = 0 \\ (m^2-1)x + m \cdot y + z = 1 \end{cases}$$

según el valor del parámetro $\underline{m}$.

b) Halla, si existe, la solución cuando $m = 4$.

EXAMEN 2º DE BACHILLERATO A, TEMA II 2-Febrero-2011

1. a) Estudiar si son linealmente independientes los vectores:

a = (3, 1, 2) b = (0, 1, 1) c = (1, 1, 1)

Expresar el vector u = (0, 0, 1) como combinación lineal de a, b y c

b) ¿Son el plano $\pi : 2x + 3y + z + 1 = 0$ y la recta $r : \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y}{-3} = -z$ perpendiculares? Justifica la respuesta.

2. Dadas las rectas $r : \begin{cases} x - 2y - 3 = 0 \\ 3y - z + 3 = 0 \end{cases}$

y $s : \dfrac{x+3}{m} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{2z+4}{12}$, se pide:

a) Estudia la posición relativa según el valor del parámetro m.
b) Halla la ecuación general del plano que las contiene en el caso de paralelas.

3. Dada la recta $r : x - 3 = y = z - 3$ y el punto P (2, –3, 1), se pide:
a) Punto simétrico del punto P respecto de la recta r.
b) Punto de la recta r cuya distancia al punto Q (1, 1, 1) es mínima.

4. Dado el plano $\pi : x + 2y - 3z + 6 = 0$, se pide:
a) Área del triángulo de vértices los puntos de corte del plano con los ejes de coordenadas.
b) Ángulo formado por el plano π y el eje OZ.

EXAMEN 2º BACHILLERATO, RECUPERACIÓN TEMA 2 18-Febrero-2011

1. a) Halla la ecuación de la recta r que pasa por el punto A (1, 2 –1), es paralela al plano π: $2x + y - z - 3 = 0$

y perpendicular a la recta s: $x = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{-z+4}{-3}$

b) Halla los puntos de corte de la recta s con los planos OXY, OXZ, OYZ.

2. Dadas las rectas de ecuaciones:

$$r:\ x - 1 = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-1}{-2}$$

$$s: \begin{cases} x + y - z = 0 \\ ax - 2y = -2 \end{cases}$$

a) Calcula un valor de $\underline{\underline{a}}$ para que las rectas $\underline{\underline{r}}$ y $\underline{\underline{s}}$ sean paralelas.

b) Para $\underline{\underline{a = -6}}$, calcula la distancia entre $\underline{\underline{r}}$ y $\underline{\underline{s}}$ y la ecuación del plano π que contiene a ambas rectas.

3. a) Sea el plano π: $2x - 3y + z = 1$ y el punto A = (5, –5, 4).

Determinar el punto simétrico de A respecto de π.

b) Hallar el punto de la recta

$$r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = 1 + 2\lambda \end{cases}$$

cuya distancia al punto P (1, 0, 2) sea $\sqrt{5}$

4. Sean el plano π: $x - 2y + 4z = 12$ y el punto P (2, –1, 1)

a) Calcular la distancia $\underline{\underline{d}}$ entre el plano π y el punto P.

b) Hallar la ecuación de un plano paralelo a π y distinto del mismo, que también diste de P la misma distancia $\underline{\underline{d}}$.

c) Determina el ángulo que forman el plano π y la recta r: $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3y + 2z = 12 \end{cases}$

EXAMEN DE 2º DE BACHILLERATO. TEMA 2 7-Marzo-2011

1. Calcula la ecuación del plano determinado por los puntos P = (1, 0, 1), Q = (2, 2, 2) y R = (1, –1, 0) y la distancia entre dicho plano y la recta determinada por el punto A = (1, 0, 0) y el vector u = (1, 1, 0).

2. Dado el plano π: x + 3y + z = 4, se pide:

a) Calcula el punto simétrico del punto O (0, 0, 0) respecto del plano π.

b) Calcula el ángulo que forman el plano π y el plano OYZ.

c) Calcula el volumen del tetraedro determinado por el plano π y los planos OXY, OXZ y OYZ.

3. Dadas las rectas:

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$$

$$s: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$$

se pide:

a) Halla la ecuación del plano π que contiene a r y es paralelo a s.

b) Halla el punto del plano π': x + y + z = 1 más cercano al punto P (1, 2, –3) y halla la distancia entre ambos puntos.

4. Dados el plano $\pi : 2x - 2y + 4z + 25 = 0$ y la recta $r : x + 1 = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+3}{5}$,

se pide:

a) Halla el punto (o los puntos) que pertenecen a la recta perpendicular a π que pasa por $P\left(-\dfrac{3}{2}, 0, -\dfrac{11}{2}\right)$

y que dista (o distan) $\sqrt{6}$ unidades de π.

b) Halla el ángulo que forman r y π.

EXAMEN DE 2º DE BACHILLERATO. TEMA III- 1ª PARTE 15-Abril-2011

1. a) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ b + x \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

halla los valores de a y b para que la función sea contínua y derivable en su dominio y halla la recta tangente a la curva en el punto de abscisa x = 1.

b) Calcula: $$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$$

2. Halla las derivadas de las funciones:

a) $y = \text{arc tg} \dfrac{1 + x}{1 - x} + \ln \; 1 + x^2$

b) $y = \text{sen}^2 x^2 - \cos^2 x^2$

3. a) Hallar el polinomio de grado dos: $p(x) = ax^2 + bx + c$ sabiendo que satisface: en $x = 0$, el polinomio vale 2, su primera derivada vale 4 para $x = 1$ y su segunda derivada vale 2 en $x = 0$. ¿Tiene en $x = 0$ un punto de inflexión?

b) Entre todos los triángulos rectángulos cuya suma de catetos es igual a 12 cm, halla la hipotenusa del que tenga área máxima.

4. Dada la función: $f(x) = \dfrac{x^2}{x - 1}$, se pide:

a) Dominio.
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos relativos.
c) Asíntotas.
d) Gráfica.

EXAMEN 2º DE BACHILLERATO. TEMA 3 30-Mayo-2011

1. Calcula:

a) $$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}^2 2x}{x^3 + x^2}$$

b) $$\int \frac{x + 5}{x^2 + 4x + 3}\, dx$$

2. a) Se desea vallar una parcela rectangular aprovechando una pared recta como uno de los lados de la misma. Si se dispone de una valla de 120 metros de longitud para marcar los otros tres lados, determinar las dimensiones de la parcela para que su área sea máxima.

b) Calcula:

$$\int x \operatorname{sen} x \, dx$$

3. Dada la función: $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x}{x + 1}$, se pide:

a) Dominio.
b) Puntos de corte con los ejes.
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos.
d) Asíntotas.
e) Gráfica.

4. Calcula el área de la región del plano limitada por la curva: $y = x^2 + x - 2$ y la recta $y = 2x$.

EXAMEN DE 2º DE BACHILLERATO. TEMA III 23-Mayo-2011

1. a) Hallar a y b para que la función f definida en todo número real y dada por:

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si} \quad x < 2 \\ ax^2 + bx + 1 & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

sea contínua y derivable en su dominio.

b) Calcula: $\lim_{x \to 0} \dfrac{x \operatorname{sen} x}{1 - \cos x}$

2. Halla los lados del triángulo isósceles de área máxima sabiendo que su perímetro es 30 cm.

3. a) Calcula: $\displaystyle\int \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}\, dx$

b) Calcula: $\displaystyle\int x \operatorname{sen} 2x \, dx$

c) Halla el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones: $y = 2 - x^4$, $y = x^2$.

4. Dada la función: $y = \dfrac{3x + 5}{1 - x^2}$, se pide:

a) Dominio.
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.. Máximos y mínimos relativos.
c) Asíntotas.
d) Gráfica.

EXAMEN DE 2ª DE BACHILLERATO. TEMA 3 25-Mayo-2011

1. Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

se pide:

a) Estudiar la continuidad y derivabilidad de la función f(x).

b) Hallar la ecuación de la recta tangente a la función f(x) en el punto de abscisa $x = 1$.

2. Tenemos que hacer dos chapas cuadradas. Una de ellas con material de 2 €/cm², la otra con material de 3 €/cm². ¿Cómo hemos de elegir los lados de los cuadrados si queremos que el coste total sea mínimo y si además nos piden que la suma de los perímetros de los cuadrados ha de ser 1 metro?

3. Dada la función: $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$ calcula:

a) Dominio.

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos.

c) Asíntotas.

d) Gráfica.

4. Calcula el área del recinto limitado por las parábolas $y = x^2 - 4x$, $y = -\dfrac{x^2}{2} + 2x$

1. Un aficionado a la Bolsa invirtió 20.000 €en acciones de tres empresas A, B y C. Al cabo de un año la empresa A pagó el 6% del dinero invertido, la B el 8% y la C el 10%. Como consecuencia de ello, el aficionado a la Bolsa cobró un total de 1.624 €. Además se sabe que en la empresa C invirtió el doble que en la A. Calcular cuanto dinero invirtió en cada empresa. Resolver el sistema aplicando el método de Gauss.

2. a) Sean A, B, I las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -4 \\ -3 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Estudia si existe algún número real λ para el cual se cumpla que: $(A - \lambda I)^2 = B$

b) Teniendo en cuenta que:

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1,$$

determinar el valor de

$$\begin{vmatrix} x & \frac{1}{4} & 4 \\ y & 0 & 4 \\ z & \frac{1}{2} & 12 \end{vmatrix}$$

3. Dado el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y + z = m \\ x + y - mz = m \\ 2x + 3y + z = m \end{cases}$$

se pide:

a) Discusión del mismo en función del parámetro $\underline{\underline{m}}$.

b) Resolución en los casos de compatibilidad.

EXAMEN 2º BACHILLERATO. TEMA 2 25-Mayo-2011

1. a) Hallar la posición relativa de las rectas

$$r: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - z + 4 = 0 \end{cases} \qquad y \qquad s: \frac{x}{2} = \frac{y+4}{2} = z - 4$$

b) Hallar el ángulo que forman.

2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y es perpendicular al plano π: $x + y + z = 3$. Obtener el punto de corte de la recta con el plano π.

3. a) Calcular la ecuación del plano que pasa por los puntos A (5, 0, 1), B (4, 1, 0) y es paralelo a

la recta $r: \begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + y - z = 5 \end{cases}$

b) Estudiar si los vectores $u = (1, -1, 1)$, $v = (1, 0, 0)$, $w = (2, -2, 1)$ son linealmente independientes.

4. Dados los puntos A (0, 2, 6), B (–1, 3, 5) y C (4, 1, 1), se pide:

a) Ecuación general del plano que pasa por los puntos A, B y C.

b) Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte del plano π: $2x + 3y + z - 12 = 0$ con los ejes de coordenadas.

EXAMEN DE 2º DE BACHILLERATO. TEMA 3 (2ª PARTE) 18-Mayo-2011

1. Calcula las integrales:

a) $\int \dfrac{x^3 + 5x + 3}{x^2 + 1}\, dx$

b) $\int \dfrac{2x + 9}{x^2 - x - 6}\, dx$

c) $\int \dfrac{\ln (x + 1)}{x^2}\, dx$

d) $\int \cos^5 x\, dx$, con el cambio: $t = \operatorname{sen} x$

e) $\int x^2 \cos 2x\, dx$

2. Calcula el área limitada por la curva: $y = x^3 - 2x^2 + x$, y la recta tangente a ella en el origen de coordenadas.

EXAMEN DE MATEMÁTICAS. 2º BACHILLERATO 1-Septiembre-2011

1. Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -10 \\ 11 \\ -4 \end{pmatrix}$

a) Estudia si son inversibles y en caso afirmativo halla la inversa.
b) Resuelve la ecuación: $A \cdot X = B$

2. a) Discute, según el valor del parámetro "m", el sistema lineal:

$$\left.\begin{array}{r} mx + 7y + 20z = 1 \\ mx + 8y + 23z = 1 \\ x - mz = 1 \end{array}\right\}$$

b) Resuélvelo en el caso en el que el sistema sea compatible indeterminado.

3. Dadas la recta "r" determinada por los puntos A (1, 1, 1) y B (3, 1, 2) y la recta "s" dada por:

$$\left.\begin{array}{r} x - 2z - 1 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{array}\right\} \quad \text{Se pide:}$$

a) Averiguar su posición relativa.
b) Si existe, hallar la ecuación general del plano que las contiene.

4. Dados los vectores u = (1, 1, 1), v = (1, 2, 1) y w = (1, 1, 2).
a) Prueba si son linealmente independientes.
b) Expresa el vector p = (0, 2, –3), como combinación lineal de u, v y w.

5. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{(e^x - 1)^2}$ b) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{2x + 1}{2x - 3}\right)^{x-1}$

6. Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3 - ax^2 & \text{si } x \le 1 \\ \dfrac{2}{ax} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

a) Halla los valores de "a" para los cuales f (x) es continua en x = 1.
b) Dados a = 1 y a = 2 comprueba para cuál de ellos la función f (x) es derivable en x = 1
c) Recta tangente a la función f (x) en el punto x = 1.

7. Dibuja el recinto limitado por las gráficas de las funciones $y = x^2 - 4$ e $y = 4 - x^2$ y calcula el área de dicho recinto.