

1) Simplifica todo lo posible racionalizando los denominadores:

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2} - 3} - \frac{2\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

2) Simplifica todo lo posible la siguiente operación con fracciones algebraicas:

$$\left(\frac{x^4 - x^2}{x^2 + 1} \cdot \frac{x^4 + x^2}{x^4} + \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1} \right) : \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

3) Calcula la edad de una madre y sus dos hijos sabiendo que tuvo al hijo mayor a los 30 años, que cuando nació el hijo menor, el hijo mayor tenía 5 años y que dentro de 15 años entre los dos hijos tendrán la edad de la madre. Resuélvelo por el método de Gauss.

4) Resuelve la siguiente ecuación:

$$2\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3} = 4$$

5) Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+2}{2x-5} \geq \frac{1}{x-2} \\ (x-4)^2 < 4(x+4) \end{array} \right\}$$

1) Calcula un número de dos cifras sabiendo que éstas se diferencian en dos unidades y que si multiplicamos el número por el que resulta de invertir sus cifras el resultado es 403

2) Dados los polinomios $p(x) = x^2 - m x + 2$ y $q(x) = x^2 - m x - 4$, calcula los valores de "m" que hacen que el polinomio producto $p(x) \cdot q(x)$ sea divisible por el polinomio $r(x) = x - 1$. Descompón en ambos casos el polinomio producto $p(x) \cdot q(x)$ en factores.

3) Dos barcos parten de un puerto con direcciones distintas que forman un ángulo de 120° . El primero sale en dirección oeste-este con una velocidad de 18 nudos, y el segundo con una velocidad de 24 nudos. Al cabo de dos horas ¿qué distancia habrá entre ellos?. Si el segundo barco se queda parado y el primero va a su encuentro, qué ángulo formarán sus direcciones cuando el primero haya recorrido la mitad de la distancia.

(Nudo = Milla marina / hora ; Milla marina = 1,850 km)

4) a) Demuestra la siguiente identidad trigonométrica:

$$1 - \frac{\operatorname{sen}^2 a}{1 + \operatorname{cotg} a} - \frac{\operatorname{cos}^2 a}{1 + \operatorname{tg} a} = \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{cos} a$$

b) Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $\cos 2x + 3 \cos x = \frac{3}{4} + \cos^2 x$

5) a) Calcula dejando los resultados en forma binómica:

$$\frac{(1 - \sqrt{3} i)^3}{(-\sqrt{2} + \sqrt{2} i)^6} \cdot \frac{(1 + i)}{i^{30}}$$

b) Calcula "x" para que el afijo de $\frac{2x+i}{x-i}$ esté en la bisectriz del segundo cuadrante

1) Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2x^2 - 5}{x + 1} &> x - 1 \\ (x + 1)^2 - (x - 1)^2 &\leq 6x^2 \end{aligned} \right\}$$

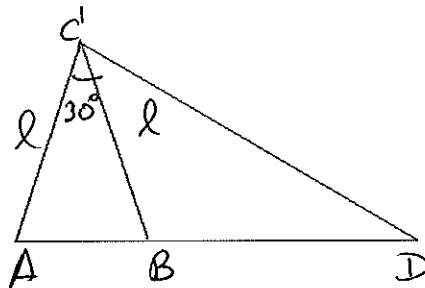
2) Dado el polinomio $p(x) = x^4 - x^3 - mx^2 + x + \sqrt{m+1}$, calcula "m" para que el polinomio sea divisible por $x - 2$. Para ese valor de m calculado, descompón el polinomio en factores.

3) a) Demuestra la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{2 \cdot \cos(45^\circ + a) \cdot \cos(45^\circ - a)}{\cos(2a)} = 1$$

b) Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $\text{sen}(2x) \cdot \cos^2 x + 1 = \text{sen}^2 x$

4) Calcula la distancia **BD** en el siguiente dibujo para que el área del triángulo **BDC** sea el doble del área del triángulo **ABC**. Para el caso en el que **BD=20 m**, calcula los lados y los ángulos del triángulo **ADC**. (Ten en cuenta que **AC=BC** y que **AB= 10 m**).



5) a) Dados los números complejos: $z_1 = 1 - i$ $z_2 = -2 + 2i$ $z_3 = -i$ calcula

$$\frac{(z_1)^{10} \cdot (z_3)^{31}}{(z_2)^5}$$

b) Calcula un número complejo sabiendo que su parte real y su parte imaginaria son números pares consecutivos y que su módulo es 10.

1) Dados los vectores $\vec{u} = (a, 3)$ y $\vec{v} = (-1, b)$

Halla a y b para que sean perpendiculares y $|\vec{u} + \vec{v}| = 5\sqrt{2}$

2) Calcula el valor de a y b para que la recta $r: x + ay + b = 0$ forme un ángulo de 45° con la recta $s: 2x + 3y - 1 = 0$ y pase por el punto $P(2,1)$.

3) Se sabe que una recta r es paralela a la recta $r': (x,y) = (-2,0) + \lambda (2,-3)$ y que tiene un punto en común con las rectas $s: 4x - 3y + 1 = 0$ y $t: 2x + y - 7 = 0$

- a) Halla la ecuación de la recta r b) Halla el ángulo que forman s y t

4) Dos lados de un rectángulo están sobre las rectas $r: x + y - 2 = 0$ y $s: y = x - 3$ y uno de sus vértices es el punto $P(3,2)$

- a) Construye el rectángulo gráficamente (aproximadamente)
b) Calcula los tres vértices que faltan
c) Calcula el área del rectángulo

5) a) Calcula c para que la distancia entre la recta $r: 4x + 3y - 6 = 0$ y la recta $s: 4x + 3y + c = 0$ sea igual a 3.

b) Dada la recta $r: \begin{cases} x = -1 + 3\lambda \\ y = m + n\lambda \end{cases}$ calcula m y n para que sea paralela a la bisectriz del primer cuadrante y pase por el punto $P(5,2)$. Escribe la ecuación canónica o segmentaria de la recta calculada.

1) Dadas las rectas $r : \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases}$ y $s: y = 2x - 1$. Encuentra un punto del eje de ordenadas que diste el doble de la recta r que de la recta s .

2) Las rectas $r: 2x - 5y + 3 = 0$ y $s: 2x - y - 1 = 0$ son los lados de un paralelogramo, el punto $P(7,5)$ es uno de los vértices. Calcula los otros tres vértices, los ángulos, el perímetro y el área del paralelogramo.

3) a) Dada la circunferencia $C_1: x^2 + y^2 + 8x + 2y = 0$, encuentra otra circunferencia concéntrica con C_1 y tangente con la recta $s: \frac{x}{4} + \frac{y}{-3} = 1$.

b) Estudia la posición relativa de la circunferencia C_1 y la recta s

4) a) Demuestra que si la excentricidad de una elipse es $e = 0,5$ entonces la relación entre los dos semiejes es que $b = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

b) Encuentra la ecuación de una elipse sabiendo que $e = \frac{1}{2}$ y que el semieje mayor es 2. Encuentra un punto de la elipse que no sea vértice.

c) Calcula los puntos de corte de la elipse calculada en (b) con la circunferencia $C: x^2 + y^2 - 2x = 0$

1) Dado los vectores $\vec{u} = (a, 6)$ y $\vec{v} = (b, 1)$

- i) Calcula a y b para que \vec{u} y \vec{v} sean perpendiculares y además $|\vec{u}| = 2|\vec{v}|$
- ii) Calcula a y b para que \vec{u} y \vec{v} sean paralelos y además $|\vec{u} + \vec{v}| = 7\sqrt{10}$

2) Los tres vértices consecutivos de un rombo son los puntos A(3,5), B(0,1) y C(4,4)

- i) Calcula el cuarto vértice y las dos diagonales
- ii) Comprueba que las dos diagonales son perpendiculares
- iii) Calcula los ángulos y el área del rombo

3) Un triángulo está formado por las rectas $r : \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 3 - \lambda \end{cases}$, $s : \frac{x-4}{-2} = \frac{y-2}{4}$ y $t : y = x + 1$

- i) Calcula los tres vértices del triángulo
- ii) Calcula los tres ángulos y el área del triángulo

4) Encuentra la ecuación de una circunferencia sabiendo que su centro está en la recta $r : x + 2y = 0$ y que la recta $t : 3x - 4y + 10 = 0$ es tangente a la circunferencia en el punto T(2,4).

Encuentra la ecuación de otra circunferencia concéntrica con la anterior y tangente al eje de abscisas.

5) Encuentra el lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a los puntos $F_1(-\sqrt{2}, 0)$ y $F_2(\sqrt{2}, 0)$ vale siempre 3.

- i) Calcula los vértices y la excentricidad del lugar geométrico anterior
- ii) Encuentra un punto del lugar geométrico que no sea vértice y comprueba que la suma de distancias a F_1 y F_2 de ese punto vale 3

1) Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$ y $g(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$

- i) Calcula el dominio de f
- ii) Calcula $f^{-1}(x)$
- iii) Calcula la composición de funciones $g \circ f$
- iv) ¿Pertenece 1 al recorrido de $g \circ f$?

2) a) Resuelve el siguiente sistema:
$$\left. \begin{array}{l} 4^x + 3^y = 5 \\ 3 \cdot 2^x + 2 \cdot 3^y = 8 \end{array} \right\}$$

b) Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:
$$\frac{\log 2 + \log (11 - x^2)}{\log (5 - x)} = 2$$

3) Calcula los siguientes límites

i)
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x^2 + 3x + 1} - \sqrt{2x^2 - 3x - 1}$$

ii)
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+10} - 4}{x^2 - 2x - 3}$$

iii)
$$\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^2}{x^3+1} \cdot \frac{x^2-6x-7}{3x^2-12} \right)$$

4) Dada la siguiente función
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{5-2x}-3}{x^2-4} & \text{si } x < -2 \\ \frac{x+k}{4k} & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ \frac{x+1}{x-3} & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

- i) Calcula el dominio de f(x)
- ii) Calcula "k" para que sea continua en $x = -2$
- iii) Estudia la continuidad de forma generalizada para $k=3$

1) a) Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2-4}}$ y $g(x) = \frac{1}{x}$

Calcula el dominio de $f^{-1}(x)$ y el dominio de $(f \circ g)(x)$

b) Resuelve la siguiente ecuación: $2^x - 3 \left(\frac{1}{2}\right)^x - 16 \left(\frac{1}{4}\right)^x - \frac{9}{4} = 0$

2) Dada la función definida a trozos $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-1}{x^2-1} & \text{si } x < -1 \\ \frac{x^2-4}{x^2-7x+10} & \text{si } -1 \leq x < 3 \\ \frac{x}{x-4} & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$

Estudia su continuidad indicando qué tipos de discontinuidades presenta.

3) a) Dada la función $f(x) = \frac{x+1}{x}$ calcula su derivada utilizando la regla de los 5 pasos

b) Dada la función $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ comprueba que no hay ningún punto de la función en el que la recta tangente sea paralela a la bisectriz del primer cuadrante

4) Representa gráficamente la función $f(x) = \frac{2x^3}{x^2-3}$ calculando todos sus elementos principales. (Dominio, corte con los ejes, asíntotas, extremos relativos y simetrías)

1) Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4x}{x-2}}$ y $g(x) = \frac{x-3}{x}$

a) Calcula el dominio de $f(x)$, el dominio de $g(x)$ y el dominio de $f(x) \circ g(x)$

b) ¿Pertenece 1 al recorrido de $f(x)$? ¿Y al de $g(x)$?

c) Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$

2) Dada la siguiente función definida a trozos

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x+2} & \text{si } x < -2 \\ \frac{2x^3+2x-4}{x^2-1} & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ \frac{x}{x-1} & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

Estudia su continuidad indicando qué tipos de discontinuidades presenta

3) a) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones $\left. \begin{array}{l} x - y = 24 \\ \log_y x = 3 \end{array} \right\}$

b) ¿En qué puntos de la función $y = \frac{4}{2-x}$ la recta tangente es paralela a la recta $8x - 2y + 5 = 0$? Calcula la recta tangente en esos puntos.

4) Representa gráficamente la función $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ calculando todos sus elementos principales

Primera Evaluación

1) Resuelve la siguiente ecuación irracional $\sqrt{5-2x} - \sqrt{x+3} = 2$

2) a) Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica $2 \operatorname{sen} x \cos^2 x - 6 \operatorname{sen}^3 x = 0$

b) Calcula y simplifica dejando el resultado en forma binómica $\frac{(1-\sqrt{3}i)^2}{(-i)^4} - \frac{i^6}{(1+\sqrt{3}i)^2}$

3) Calcular la altura de un repetidor de TV situada en la cima de una montaña sabiendo que desde un punto alejado del pie de la montaña, la base y el vértice del repetidor se ven bajo ángulos de 66° y 70° respectivamente. Si nos alejamos de esa posición en línea recta 12'5 m el vértice ahora lo vemos bajo un ángulo de 67° .

Segunda Evaluación

4) Dadas las rectas $r: \frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{3}$, $s: \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 6 + 2\lambda \end{cases}$ y $t: \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} = 2$.

Calcula sus tres puntos de corte y comprueba que forman un triángulo rectángulo. Calcula los ángulos y el área de dicho triángulo.

5) Los puntos A(3,6), B(1,2) y C(5,4) son tres vértices consecutivos de un rombo. Calcula el cuarto vértice, los ángulos y el área del rombo. Comprueba que sus diagonales son perpendiculares.

6) Halla la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos A(-3,1) , B(5,3) y tiene su centro en la recta $r: 2x + y = 0$. Halla la ecuación de una circunferencia concéntrica con la anterior y tangente a la recta $s: 3x - 4y + 1 = 0$

Tercera Evaluación

7) Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2-4}}$ y $g(x) = \frac{x^2-2x}{x+4}$. Calcula el dominio de $f(x)$, el dominio de $g(x)$. Calcula los puntos en los que la recta tangente de la función $g(x)$ es paralela a la recta $y = -8x$.

8) Calcula los siguientes límites

i) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4x^2+5} - (x+4)}{x+1}$

ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3-x}{x^2+2x+1} - \frac{x^3+x}{x^2-x} \right)$

9) Representa gráficamente la función $f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$ calculando todos sus elementos principales

Primera Evaluación

- 1) Un cajero automático contiene 95 billetes de 10 €, 20 € y 50 € y un total almacenado de 2000 €, si el número total de billetes de 10 € es el doble que el número de billetes de 20 €, averiguar cuántos billetes de cada tipo hay. Resolver el sistema aplicando el método de Gauss.
- 2) a) Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica $\cos^2 x + \operatorname{sen} x \cdot \cos x - 1 = 0$
- b) Calcula y simplifica dejando el resultado en forma binómica $\frac{(1+i)^3}{(-i)^{21}} - \frac{i^{60}}{(1-i)^3}$
- 3) De un triángulo ABC sabemos que el ángulo $\hat{C} = 60^\circ$, el lado $a = 8$ m y la mediana correspondiente al vértice A mide 10 m. Halla los lados, ángulos y área del triángulo ABC.

Segunda Evaluación

- 4) Dadas las rectas $r: \frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{3}$ $s: \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 6 + 2\lambda \end{cases}$ y $t: \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} = 2$.
Calcula sus tres puntos de corte y el área de dicho triángulo.
- 5) a) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas $r \equiv 3x + 2y - 4 = 0$ y $s \equiv 6x + y - 2 = 0$ y es paralela a la recta $t \equiv 5x - 3y + 27 = 0$
- b) Halla el punto simétrico de $A(3,2)$ respecto de la recta $r \equiv 2x + y - 3 = 0$.
- 6) Halla la ecuación general de la circunferencia que tiene el centro en el punto de intersección de las rectas $p: x + y - 4 = 0$ y $q: 2x + y - 7 = 0$, y es tangente a la recta $t: 4x + 3y - 5 = 0$.

Tercera Evaluación

7) Resuelve las ecuaciones: a) $7^{1+2x} - 50 \cdot 7^x + 7 = 0$ b) $2 \cdot \log x - \log(x+6) = 3 \cdot \log 2$

8) Calcula los siguientes límites

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x^2 - 9} - x}{x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2})$

9) Representa gráficamente la función $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x+1}$ calculando todos sus elementos principales