EVALUACIÓN: 1ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 31/10/17** **EXAMEN: 1º**

1) Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcular su inversa, si existe.

b) Calcula A^n

c) Encuentra una matriz X que verifique que $X(A^4 + A^2 - A) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

2) *a*) Dado el sistema: $\left\{ \begin{array}{l} 6x - 2y + z = 7 \\ 3x - y + 3z = 1 \\ 3x - y + 8z = -4 \end{array} \right.$

¿Tiene el sistema alguna solución en la que los valores de x, y, z sumen 3?

b) Resuelve la ecuación:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1-x & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2-x & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 3-x \end{vmatrix} = 0$$

3) *a*) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} x & b & c \\ a & x & 1 \\ b & c & x \end{pmatrix}$

I) Hallar los valores de a, b, c, x para los cuales A es simétrica ($A = A^t$).

II) Para $a = b = c = 1$ halla los valores de x para los que la matriz A no tiene inversa.

b) Calcule $\begin{vmatrix} a+b & a & a \\ a & a+b & a \\ a & a & a+b \end{vmatrix}$ sin aplicar Sarrus.

4) Discute y resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{c} x + (3-m)y + z = m \\ x + (1+m)y + z = 2m \\ x + y + (1+m)z = 0 \end{array} \right\}$$

EVALUACIÓN: 1ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 23/11/17 EXAMEN: 2º

1) *a*) Se dan las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y T, y se sabe que T es una matriz cuadrada de 3 filas y tres columnas cuyo determinante vale $\sqrt{2}$.

Calcular razonadamente los determinantes de las siguientes matrices, indicando explícitamente las propiedades utilizadas en su cálculo;

I) $\frac{1}{2}T$. **II)** M^4. **III)** TM^3T^{-1}

b) En el mercado podemos encontrar tres alimentos preparados para gatos que se fabrican poniendo, por kilo, las siguientes cantidades de carne pescado y verdura:

- Alimento *Migato*: 600 g de carne, 300 g de pescado y 100 g de verdura.
- Alimento *Catomeal*: 300 g de carne, 400 g de pescado y 300 g de verdura.
- Alimento *Comecat*: 200 g de carne, 600 g de pescado y 200 g de verdura.

Si queremos ofrecer a nuestro gato 470 g de carne, 370 g de pescado y 160 g de verdura por kilo de alimento, ¿qué porcentaje de cada uno de los componentes anteriores hemos de mezclar para obtener la proporción deseada? (Resuélvelo por el método de Gauss)

2) Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y M, donde M es una matriz de dos filas y dos columnas que verifica $M^2 = M$.

Obtener razonadamente:

a) Todas los valores k para los que la matriz $B = A - kI$ tiene inversa.

b) La matriz inversa B^{-1} cuando $k = 3$.

c) Las constantes α y β para las que se verifica que $\alpha A^2 + \beta A = -2I$.

d) Comprobar razonadamente que la matriz $P = I - M$ cumple las relaciones: $P^2 = P$ y $MP = PM$.

3) *a*) Demostar, sin utilizar Sarrus, que la matriz $A = \begin{pmatrix} 3y+5 & 7 & 12 \\ 2y+3 & 3 & 6 \\ 3y+4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ no tiene inversa para nigún valor real de y

b) Para cada número real λ, $M(\lambda)$ es la matriz $M(\lambda) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & \lambda \\ 2 & 1 & 2 \\ \lambda & \lambda & -1 \end{pmatrix}$ Se pide:

I) Obtener el determinante de la matriz $M(\lambda)$, y justificar que para cualquier número real λ existe la matriz inversa $M(\lambda)^{-1}$

II) Calcular la matriz $M(0)^{-1}$

III) Si $A = M(8)$, $B = M(4)$ y $C = M(3)$, calcúlese, razonadamente el determinante de la matriz producto $AB^{-1}C^{-1}$

4) Discute y resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x + ay + z = a \\ x + y + az = 1 \\ x + ay + a^2z = a^2 \end{array}\right\}$$

EVALUACIÓN: 2ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 20/12/17 EXAMEN: 3º

1) *a*) Dados los vectores $\vec{u} = (-2, 3, 1)$ y $\vec{v} = (-1, 1, 0)$, se pide:

- I) Halla las coordenadas del vector $\vec{w}$ de módulo $\sqrt{2}$ que sea ortogonal a los dos vectores dados.
- II) Halla el volumen del paralelepípedo que forman $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$

b) Halla las coordenadas de un vector $\vec{u}$, de módulo $\sqrt{5}$, que forme un ángulo de 120°con el vector $\vec{v} = (0, -1, 0)$ y que sea perpendicular al vector $\vec{w} = (-1, 0, 2)$

2) En el espacio consideramos la recta $r : \left\{ \begin{array}{l} x + y - z - 5 = 0 \\ 2x + y - 2z - 2 = 0 \end{array} \right.$ y la recta s que pasa por los puntos $P(3, 10, 5)$ y $Q(5, 12, 6)$.

a) Calcular las ecuaciones paramétricas de la recta r y de la recta s.

b) Estudiar la posición relativa de las rectas r y s. En caso de que se corten, hallar el punto H intersección de r y s

c) Calcular el ángulo que determinan r y s.

d) Calcular el simétrico del punto $P(1, 1, 0)$ respecto la recta s.

3) Dados los puntos $A(4, -4, 9)$, $B(2, 0, 5)$, $C(4, 2, 6)$ y $M(0, 2, 3)$, se pide:

a) Calcula la ecuación general del plano π que pasa por los puntos A, B y C.

b) Calcula la distancia del punto M al plano π y el área del triángulo de vértices A, B y M

c) Encuentra el punto del plano π más próximo al punto M.

d) Halla el simétrico de M respecto del plano π

4) En el espacio se dan los planos π, σ y τ.

$$\pi : 2x - y + z - 3 = 0; \quad \sigma : x - y + z - 2 = 0; \quad \tau : 3x - y - az - b = 0$$

siendo a y b parámetros reales.

a) Hallar la ecuación continua de la recta r intersección de los planos π y σ

b) La ecuación del plano que contiene a la recta r y pasa por el punto $(2, 1, 3)$

c) Los valores de a y de b para que el plano τ contenga a la recta r.

EVALUACIÓN: 2ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 22/01/18 EXAMEN: 4º

1) *a*) Sean los vectores $\vec{u} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $\vec{v} = (0, -1, 0)$. Calcula k para que los vectores $\vec{u} + k\vec{v}$ y $\vec{u} - k\vec{v}$ formen un ángulo de $60°$.

b) Sean los vectores $\vec{u} = (1, 1, m)$; $\vec{v} = (0, m, -1)$ y $\vec{w} = (1, 2m, 0)$. Calcula m para que el vector $(\vec{u} + \vec{v}) \wedge (\vec{w} - \vec{v})$ sea perpendicular al vector $(1, 1, 1)$.

2) *a*) Dadas las rectas $r : x = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{2}$ y $s : x + 1 = y = \dfrac{z}{2}$.

I) Estudiar su posición relativa.

II) Determinar el punto de la recta r cuya distancia al punto $P(1, 1, -1)$ sea 1 u.

b) De los planos paralelos al plano $\pi : x + y + z - 8 = 0$, halla el que determina con los ejes de coordenadas un triángulo de área $8\sqrt{3}$ u^2.

3) Dados el punto $P(2, 3, 0)$ y la recta $r : \begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$

a) Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a la recta r.

b) Halla el simétrico de P respecto a r.

c) Calcula la ecuación continua de la recta que pasa por P y corta a r perpendicularmente.

4) Dada la recta $r : \dfrac{x-5}{-2} = y = \dfrac{z-6}{m}$ y el plano $\pi : 2x + y - z = 0$

a) Estudiar la posición relativa de r y π según los valores de m.

b) Para $m = -3$ halla el plano que contiene a r y es perpendicular a π.

c) Para $m = -3$ halla el plano que contiene a r y es paralelo a π.

d) Calcula m para que sean perpendiculares.

EVALUACIÓN: 3ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 12/03/18** **EXAMEN: 6º**

1) *a*) Calcula $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x-1-\sqrt{x+1}}{x^3-27}$

b) Calcula "k" para que $\lim\limits_{x \to 2} \left(\dfrac{x^2+x+1}{3x+1} \right)^{\frac{k+1}{k(x^2-4)}} = \sqrt[4]{e}$

c) Calcula $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{x^2+1}{\sqrt{x^2+1}+1} - \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x^2-1}-1} \right)$

2) Dada la función $f(x) = \dfrac{ax+|x-2|}{x+|x-2|}$

a) Calcula a para que sea derivable en $x=2$.

b) Estudia su continuidad y derivabilidad para $a=2$.

3) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \ln(x^2+a^2) & \text{si } x<0 \\ \dfrac{bx+\ln a+1}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Estudia su continuidad y derivabilidad

b) Calcule a y b sabiendo que pasa por el punto $(1,0)$ y que allí su tangente es paralela a la recta $x-y+2=0$

4) *a*) Deriva y simplifica:

I) $y = \ln \sqrt[3]{\dfrac{x+2}{x-2}}$

II) $y = \operatorname{arc\,tg} \left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1} \right)$

b) Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2} \qquad ; \qquad g(x) = \sqrt{x^2-1}$$

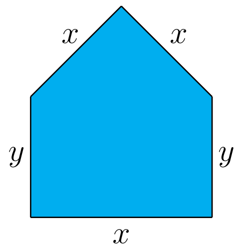
Comprueba si es cierto o no lo es que $\big(f \circ g\big)'(x) = \big(f' \circ g'\big)(x)$.

EVALUACIÓN: 3ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 07/05/18** **EXAMEN: 7º**

1) *a*) Calcular los siguientes límites:

i) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^{\operatorname{tg} x}$ ii) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\operatorname{tg}^2 x}{1-\cos x}$

b) El perímetro de la ventana del dibujo mide 12 m. La parte superior tiene forma de triángulo equilatero. Calcular x e y para que el área de la ventana sea máxima.



2) Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{e^x}$. Calcula su dominio, los cortes con los ejes, las asíntotas,máximos, mínimos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión y represéntala gráficamente.

3) Calcula las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int \frac{x^2+1}{x^3-4x^2+5x-2}\,dx$

b) $\displaystyle\int \ln(1+x^2)\,dx$

4) *a*) Calcular $\displaystyle\int_0^{\sqrt{5}} x\sqrt{1+3x^2}\,dx$

b) Hallar el área del recinto comprendido entre $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{e^x}$ y las rectas $x=0$ y $x=3$.

EVALUACIÓN: 3ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 15/05/18 EXAMEN: Rec.

1) Sea $f(x)$ una función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{x+1} & \text{si } x < 1 \\ \\ \dfrac{bx^2+1}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

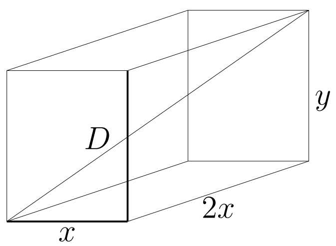
a) Halla a y b para que sea derivable en $x = 1$.

b) Para $a = 4$ y $b = 1$. Estudiar la continuidad y derivabilidad global.

2) *a*) Calcular los siguientes límites:

I) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x}{x \operatorname{sen} x}$ II) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \left(\frac{e^{x-2}+1}{x}\right)^{\frac{1}{x-2}}$

b) Dado un ortoedro de base rectangular, con un lado el doble del otro, cuyo Volumen es 8cm^3.(ver dibujo)



Hallar sus dimensiones para que la diagonal (D) sea mínima.

3) *a*) Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2}{2-x}$. Calcular: Dominio de la función. Asíntotas. Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos. Puntos de inflexión.

b) Deriva y simplifica

$$f(x) = \frac{x^3 \operatorname{arc\,tg} x}{3} + \frac{\ln(x^2+1)}{6} - \frac{x^2}{6}$$

.

4) *a*) Calcular $\displaystyle\int \frac{\operatorname{arc\,tg}(\ln x)}{x}\,dx$

b) Hallar el área limitada por las curvas $f(x) = \ln x + x$, $g(x) = x + 1$ y las rectas $x = 1$ y $x = 3$.

CURSO: 2º B.C.T. **FECHA: 17/05/18** **Final - 1ª Ev**

1) Un aficionado a la Bolsa invirtió 20.000 € en acciones de tres empresas. Al cabo de un año la empresa A pagó el $6\,\%$ del dinero invertido, la B el $8\,\%$ y la C el $10\,\%$. Como consecuencia de ello, el aficionado a la Bolsa cobró un total de 1.624 €. Además se sabe que en la empresa C invirtió el doble que en la A. Calcular cuanto dinero invirtió en cada empresa.

Resuelve el sistema resultante por el método de Gauss.

2) *a*) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -4 \\ -3 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Estudia si existe algún número real λ para el cual se cumple que: $(A - \lambda I)^2 = B$

b) Teniendo en cuenta que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1$, determinar el valor de $\begin{vmatrix} x & 1/4 & 4 \\ y & 0 & 4 \\ z & 1/2 & 12 \end{vmatrix}$

3) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \qquad \text{y} \qquad B = \begin{pmatrix} -10 \\ 11 \\ -4 \end{pmatrix}$$

a) Estudia si son inversibles y en caso afirmativo halla la inversa.

b) Resuelve la ecuación $A \cdot X = B$

4) Dado el sistema: $\begin{cases} ax + 2y + 2z = a \\ x + y - az = a \\ 2x + 3y + z = a \end{cases}$, se pide:

a) Clasificar el sistema según los distintos valores del parámetro a.

b) Resolverlo en los casos de compatibilidad.

CURSO: 2º B.C.T. **FECHA: 17/05/18** **Final - 2ª Ev**

1) Dadas las rectas:

$$r : \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 0 \\ x - z + 4 = 0 \end{array} \right. \qquad \text{y} \qquad s : \frac{x}{2} = \frac{y+4}{2} = z - 4$$

a) Estudia su posición relativa.

b) Halla el ángulo que forman.

2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y es perpendicular al plano $\pi : x+y+z = 3$. Obtener el punto de corte de la recta con el el plano π. Hallar el punto simétrico del origen respecto al plano π

3) Dada los vectores $\vec{u} = (1, -1, 1)$, $\vec{v} = (1, 0, 0)$ y $\vec{w} = (2, -2, 1)$

a) Estudiar si los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente independientes.

b) Expresa el vector $\vec{p} = (0, 2, -3)$ como combinación lineal de $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$

4) Dados los puntos $A(0, 2, 6)$, $B(-1, 3, 5)$ y $C(4, 1, 1)$, se pide:

a) Ecuación general del plano que pasa por los puntos A; B y C

b) Calcular el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte del plano $\pi : 2x + 3y + z - 12 = 0$ con los ejes de coordenadas.

CURSO: 2º B.C.T. **FECHA: 21/05/18** **Final - 3ª Ev**

1) *a*) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ ax^2 + bx + 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$, calcula a y b para que $f(x)$ sea derivable en $x = 2$

b) Para el valor hallado en el apartado a), estudia la continuidad y derivabilidad de la función.

c) Halla la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x = 0$.

2) *a*) Tenemos que hacer dos chapas cuadradas. Una de ellas con material de 2 €/cm^2, la otra con material de 3 €/cm^2. ¿Cómo hemos de elegir los lados de los cuadrados si queremos que el coste sea mínimo y si además nos piden que la suma de los perímetros de los cuadrados ha de ser 1 metro?

b) Calcular: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{(e^x - 1)^2}$

3) Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 + ax}{x + 1}$

a) Hallar el valor de a para que la recta $y = x + 1$ sea una asíntota oblicua.

b) Para $a = 2$ Calcula: el dominio, asíntotas, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos y puntos de inflexión

4) *a*) Calcular $\displaystyle\int x^2 \operatorname{sen} 2x \, dx$

b) Calcular $\displaystyle\int \frac{2 \ln x + 1}{x(1 + \ln x)(2 - \ln x)} \, dx$ utilizando el cambio de variable $\ln x = t$

c) Hallar el área del recinto limitado por $y = 2 - x^4$, $y = x^2$, $x = -2$ y $x = 2$.

CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 04/09/18 EXAMEN: SEPTIEMBRE

1) *a*) Se consideran las matrices:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & a \\ a & 1 & 4 \\ 1 & 6 & a \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1) Estudia el rango de P según los distintos valores de $a \in \mathbb{R}$.
2) Para el caso $a = 0$, halle X tal que $P \cdot X = Q$

b) Dado el sistema

$$\begin{aligned} ax + y + z &= (a-1)(a+2) \\ x + ay + z &= (a-1)^2(a+2) \\ x + y + az &= (a-1)^3(a+2) \end{aligned}$$

1) Discutir el sistema para los distintos valores de a.
2) Resolver el sistema para $a = 1$.
3) Resolver el sistema para $a = -2$.

2) *a*) Encontrar los valores de a para que los vectores de $\mathbb{R}^3$, $\vec{e_1} = (a, -a, 1)$, $\vec{e_2} = (3, a, 2)$ y $\vec{e_3} = (1, -1, a)$ formen una base de $\mathbb{R}^3$, para $a = -3$ expresa el $vece_1$ como combinación lineal de los vectores $\vec{e_2}$ y $|vece_3$ y halla, si es posible, el valor de a para que los vectores $\vec{e_1}$ y $\vec{e_2}$ sean perpendiculares.

b) Se consideran los puntos $A(1, -2, 3)$ y $B(0, 2, 1)$, se pide:

I) Ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por A y por B.
II) La ecuación del plano π que esta a igual distancia de A y de B.
III) La distancia al origen de la recta que obtenemos al cortar el plano π, del apartado anterior, con el plano $\pi' : 2y - z = 0$.

3) *a*) Dada la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+4}}{2x-6}$, Hallar:

1) Dominio de la función.
2) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.
3) Asíntotas y puntos de corte con los ejes.

b) Calcular $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 - e^{-x}\right)^{e^x}$

4) *a*) Sea la función definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Sabiendo que tiene un extremo relativo en $x = 0$, un punto de inflexión en $x = -1$ y que $\int_0^1 f(x)\, dx = 6$, determine los valores a, b y c.

b) Calcular la siguente integral $\displaystyle\int \frac{x^3}{x^2+4x-5}\, dx$.