EVALUACIÓN: 1ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 8/11/16** **EXAMEN: 1º**

1) *a*) Sea la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

I) Comprueba que la inversa de A es A^2.

II) Calcula A^{1000} utilizando (I)

b) Un videoclub está especializado en peliculas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que el 60 % de las peliculas infantiles más el 50 % de las del oeste representan el 30 % del total de las peliculas. El 20 % de las infantiles más el 60 % de las del oeste más el 60 % de las de terror representan la mitad del total de las peliculas. Hay 100 peliculas más del oeste que de infantiles. Hallar el número de peliculas de cada tipo. (Resuélvelo por el método de Gauss)

2) *a*) Sean A, B y X matrices cuadradas de tamaño n

I) Despeja X de la ecuación $A \cdot X \cdot B = B^2$.

II) Calcula la matriz X siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) Calcula las soluciones de la ecuación:

$$\begin{vmatrix} x & x-1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & -1 & x & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & x & 1 \\ x & 0 & -2 & x \end{vmatrix} = 0$$

3) Dado el sistema: $\begin{cases} (k-2)x - y + z = -2 \\ x + (2k-1)y - kz = 2 \\ x + ky - z = 2 \end{cases}$, se pide:

a) Clasificar el sistema según los distintos valores del parámetro.

b) Resolverlo en el caso de compatible.

EVALUACIÓN: 1ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 22/11/16 EXAMEN: 2º

1) *a*) Una empresa cinematográfica dispone de tres salas, A, B y C. Los precios de entrada a estas salas son de 3, 4 y 5 euros, respectivamente. Un día la recaudación conjunta de las tres salas fue de 720 euros y el número total de espectadores fue de 200. Si los espectadores de la sala A hubieran asistido a la sala B y los de la sala B a la sala A, se hubiese obtenido una recaudación de 20 euros más. Calcula el número de espectadores que acudió a cada una de las salas. (Resuélvelo por el método de Gauss)

b) Determinar una matriz cuadrada $X = \begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}$ que verifique $AX + XA = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Luego analizar si la matriz es inversible, y en caso de serlo calcular su matriz inversa.

2) *a*) Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ \lambda & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, ¿para qué valores de λ la matriz $3B + B^2$ no tiene inversa?

b) Resolver el siguiente determinante sin utilizar la regla de Sarrus:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ -a+c & -b-a & -c+b \\ a+c & b-a & c+b \end{vmatrix}$$

c) Teniendo en cuenta que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1$, determinar el valor de $\begin{vmatrix} x & 1/4 & 4 \\ y & 0 & 4 \\ z & 1/2 & 12 \end{vmatrix}$

d) Se sabe que el determinante de una matriz cuadrada A de orden 3 vale -8 ¿Cuánto vale el determinante de la matriz $\frac{1}{2}A$?

3) Considera el sistema de ecuaciones: $\left\{ \begin{array}{l} x + \lambda y = \lambda \\ \lambda x + y + (\lambda - 1)z = 1 \\ \lambda x + y = 2 + \lambda \end{array} \right.$, se pide:

a) Clasificar el sistema según los distintos valores del parámetro λ.

b) Resolverlo en el caso de compatible.

EVALUACIÓN: 2ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 25/01/17 EXAMEN: 3º

1) Dados los vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$, $\vec{v} = (1, \alpha, -1)$ y $\vec{w} = (2, -2, \beta)$. Calcula α y β para que:

a) Sean linealmente dependientes y $\vec{v} \cdot \vec{w} = 1$.

b) $\vec{v} \perp \vec{w}$ y el volumen del paralelepipedo que generan valga 6 u^3.

c) Comprueba que nunca pueden formar una base ortogonal.

2) Dadas las rectaa $r : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+3}{0} = \dfrac{z+2}{a}$ y $s : \begin{cases} x - y + 2z - 8 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$

a) Calcula a para que sean coplanarias. En ese caso calcular su intersección y el plano que las contiene.

b) Calcula a para que sean perpendiculares. En ese caso calcular su distancia.

3) Dados los puntos $A(1, 3, 2)$ y $B(-3, -1, 4)$ y la recta $r : \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - z + 2 = 0 \end{cases}$

a) Calcula un punto de r que esté a la misma distancia de A y de B.

b) Calcula el plano que contiene a r y es paralelo a la recta que pasa por A y B.

c) Calcula el simétrico de A respecto a r.

4) Dado el punto $P(1, 1, -2)$ y los planos $\pi_1 : x + 3y + z - 8 = 0$ y $\pi_2 : \begin{cases} x = 1 + \lambda - \mu \\ y = 2\lambda - 3\mu \\ z = 2 - \mu \end{cases}$.

a) Calcula una recta perpendicular a π_2 que pasa por P.

b) Calcula una recta paralela a los dos planos que pasa por P

c) Calcula los puntos de corte de la recta intersección de π_1 y π_2 con los planos coordenados

EVALUACIÓN: 2ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 14/02/17** **EXAMEN: 4º**

1) Dados los puntos $A(1,-1,2)$, $B(x,-1,1)$, $C(3,0,y)$ y $D(x,1,y)$; consideramos el tetraedro generado por los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{AD}$ con base $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$. Calcula x e y sabiendo que la base es un triángulo rectángulo en A y su volumen es de $\dfrac{5}{6}$ u^3.

2) Dadas las rectaa $r: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z}{5}$ y $s: \dfrac{x-3}{2} = y = \dfrac{z-k}{3}$

a) Calcula la posición relativa según los valores de k.

b) Calcula su intersección cuando sean secantes.

c) Calcula k para que su distancia sea de 6 u.

3) Dados el punto $P(1,0,-3)$ la recta $r: \begin{cases} x = 2 + kt \\ y = -t \\ z = -1 + kt \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x - 3y + z = 0$.

a) Calcula el valor de k para que r y π sean paralelos.

b) Calcula la distancia de r a π cuando sean paralelos.

c) Calcula el simétrico de P respecto a π.

4) Dado el plano $\pi: ax + 2y - 4z + b = 0$ y la recta $r: \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y-1}{-4} = \dfrac{z+3}{1}$.

a) Halla a y b para que r este contenida en π.

b) ¿Existe algún valor de a y de b para que la recta sea perpendicular a π?

c) Encuentra el punto de la recta r que está más próximo al origen de coordenadas.

EVALUACIÓN: 3ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 28/03/17** **EXAMEN: 5º**

1) Calcula:

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2}{x+\sqrt{x}} - \dfrac{x^2}{x-\sqrt{x}} \right)$

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1}{4} + \dfrac{3x^2+1}{4x^2-1} \right)^{\frac{x^2+x}{x-1}}$

c) $\lim\limits_{x \to -1} \left(\dfrac{2x}{x^2-1} - \dfrac{x+2}{x^2+3x+2} \right)$

2) *a*) Dada la función $f(x) = |x-1| \cdot e^{|x-1|}$

I) Defínela a trozos.

II) Estudia la continuidad y derivabilidad.

b) Dada la función $g(x) = \dfrac{e^{ax}+b}{x^2+1}$. Calcula a y b sabiendo que pasa por el origen de coordenadas y que allí su recta tangente es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

3) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{-4}{x^2} & \text{si } x < -1 \\ ax^2+b & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ \dfrac{cx}{x^2-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

I) Calcule a, b y c para que la función sea derivable en $x=-1$ y continua en $x=2$.

II) Para los valores de (I), estudia la continuidad y derivabilidad global de la función.

4) *a*) Deriva y simplifica:

1) $y = \ln \sqrt{\dfrac{1}{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}}$

2) $y = \operatorname{arc\,tg}(\ln x) - \operatorname{arc\,tg}\left(\ln \dfrac{1}{x}\right)$

b) Dada la función $f(x) = \ln(x^2+1) - \ln(x^2-1)$. Comprueba que en ninguno de sus puntos la recta tangente puede ser horizontal.

EVALUACIÓN: 3ª   CURSO: 2º B.C.T.   FECHA: 2/05/17   EXAMEN: 6º

1) *a*) Calcular los siguientes límites:

I) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{\operatorname{sen} x}}{x^2}$ II) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}^-} \left(\operatorname{tg} x\right)^{\operatorname{tg} 2x}$

b) Una piscina ortoédrica de base rectangular y altura el doble de uno de los lados de la base cuyo volumen es de 784 m^3 se quiere impermeabilizar. El coste del suelo es de 30€/m^2 y el de las paredes de 10€/m^2. Calcular las dimensiones para que el coste sea mínimo.

2) *a*) Dada la curva $y = \dfrac{ax^2+b}{a-x}$. Calcula a y b para que pase por $P(2,3)$ y tenga una asíntota oblicua con pendiente -4.

b) Calcula los extremos, el crecimiento y los puntos de inflexión de la curva $y = xe^{1-x}$

3) Calcula las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{arc\,sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx$ utilizando el cambio de variable $\sqrt{x} = t$

b) $\displaystyle\int \frac{2x^3+1}{x^3+2x^2-4x-8}\,dx$

4) *a*) Calcular $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{e^{\operatorname{tg} x}\operatorname{tg} x}{\cos^2 x}\,dx$

b) Hallar el área del recinto comprendido entre las curvas $y = x$ e $y = \dfrac{5x}{1+x^2}$.

EVALUACIÓN: 3ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 9/05/17 EXAMEN: Rec.

1) *a*) Sea $f(x)$ una función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + a\sqrt{x+1} \cdot \ln(x+1) & \text{si } x > 0 \\ (x-1)^2 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Calcular

I) Demostrar que es continua para cualquier valor de a.

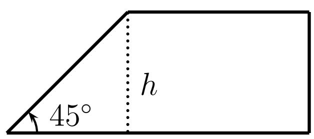
II) Calcula a para que sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

b) Calcular la recta tangente de la función $f(x) = \operatorname{arc\,sen} \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 x}$ en $x = 0$

2) *a*) Calcular los siguientes límites:

I) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x) - \operatorname{sen} x}{x \operatorname{sen} x}$ **II)** $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x\left(e^{1/x} - 1\right)$

b) Dado un trapecio rectángulo de perímetro 10 cm y ángulo de 45°.(ver dibujo)



Hallar sus dimensiones para que el área sea máxima. (Nota: $A = \frac{(B+b)h}{2}$)

3) Dada la función $y = x \ln x$, se pide:

a) Dominio de la función. Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos. Un esbozo de la gráfica.

b) El área de $y = x \ln x$ entre $x = \dfrac{1}{e}$ y $x = e$.

4) Calcular

a) $\displaystyle\int 2x \operatorname{arc\,tg}(x)\, dx$

b) $\displaystyle\int \frac{x^2 + x + 1}{e^x}\, dx$

CURSO: 2º B.C.T. **FECHA: 17/05/17** **Final - 1ª Ev**

1) En un examen de Matemáticas que constaba de tres problemas, un alumno obtuvo una calificación de 7.2. La puntuación del primer problema fue un 40 % más que la del segundo, y la del tercero fue el doble de la suma de las puntuaciones del primero y el segundo. ¿Cuál fue la puntuación de cada problema?

Resuelve el sistema resultante por el método de Gauss.

2) *a*) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} \text{ y } \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Halla la matriz X que verifica que $A \cdot X \cdot B + C = D$

b) ¿Cuando la matriz $A = \begin{pmatrix} x & y & 0 & 0 \\ 0 & x & y & 0 \\ 0 & 0 & x & y \\ y & 0 & 0 & x \end{pmatrix}$ no es inversible?

3) *a*) Sea $A = I_2 - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1/4 & 3/2 \end{pmatrix}$. Comprueba que $A^2 = k \cdot A$, determina k y calcula A^n.

b) Resuelve $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & x \\ 2 & x & 2 & 2 \\ 3 & 5 & x & 3 \\ 4 & 4 & 4 & x+3 \end{vmatrix} = 0$

4) Dado el sistema: $\begin{cases} ax - 3y - 2z = 0 \\ -x + (5+a)y + z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 0 \end{cases}$, se pide:

a) Clasificar el sistema según los distintos valores del parámetro a.

b) Resolverlo en todos los casos.

CURSO: 2º B.C.T. **FECHA: 17/05/17** **Final - 2ª Ev**

1) *a*) Calcula un plano que pasa por el punto $P(-2,3,4)$ y sea paralelo a la recta $r: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{3} = z$. Halla la distancia entre la recta y el plano.

b) Calcula el plano que pasa por el punto $A(3,-2,4)$ y es paralelo al plano $\pi: \begin{cases} x = 1+t+s \\ y = -3+2t-3s \\ z = 2+s \end{cases}$.

Halla la distancia entre los dos planos.

2) Sean las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 3+\lambda \\ y = -1+2\lambda \\ z = 2+\lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} 4x+5y+7=0 \\ 3y-4z+7-m=0 \end{cases}$

a) Halla m para que sean coplanarias.

b) Calcula la ecuación del plano que las contiene.

c) Halla la intersección de las rectas.

3) Dada la familia de planos $2mx+(m+1)y-3(m+1)z+2m+4=0$. Halla

a) El plano de la familia que pasa por el punto $P(1,-1,2)$

b) El plano de la familia perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} x+3z-1=0 \\ y-5z+2=0 \end{cases}$

4) *a*) Calcula la distancia entre el eje OX y la recta $r \equiv \begin{cases} 2x-3y=4 \\ 2x-3y-z=0 \end{cases}$

b) Halla la distancia y el simétrico del punto $P(1,2,3)$ a la recta $r: \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z-4}{2}$

CURSO: 2º B.C.T. **FECHA: 19/05/17** **Final - 3ª Ev**

1) *a*) Dada la función $f(x) = \begin{cases} ax^2+1 & \text{si } x<2 \\ e^{2-x}+2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$, calcula a para que $f(x)$ sea continua en $x = 2$

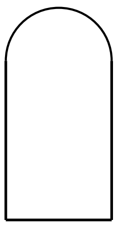
b) Para el valor hallado en el apartado a), estudia la continuidad y derivabilidad de la función.

c) ¿Existe algún punto en el que la función $f(x)$ toque al eje de ordenadas? ¿Y al de abscisas?

2) *a*) Calcula los valores de a y b para que el límite siguiente sea finito y valga:

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{ax^2+x} - \sqrt{bx^2+3x}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

b) Calcula el valor de m para que $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{mx^2-1+\cos x}{\operatorname{sen} x^2} = 0$

c) 

Determina las dimensiones de una puerta formada por un rectángulo y un semicírculo, sabiendo que es la que tiene perímetro mínimo entre las que tienen área igual a 2 m^2 (véase figura).

3) *a*) Calcula el valor de los parámetros a, $b \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x) = (x^2+a)e^x + bx$ tenga un punto de inflexión en $x = 0$ y un mínimo relativo en $x = 1$

b) Dada la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x^3 + 12x^2 + ax + b$. Determinar los valores de a y b sabiendo que la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -2$ es la recta $y = 2x + 3$

4) *a*) Calcular $\displaystyle\int \frac{\ln x + 1}{x(\ln^2 x - 4)}\, dx$

b) Calcular $\displaystyle\int 2xe^{x^2+1} \operatorname{sen}(x^2+1)\, dx$ utilizando el cambio de variable $x^2 + 1 = t$

c) Hallar el área del recinto limitado por $y = \ln x$, $y = \ln(2x-1)$, $x = 1$ y $x = 2$.

CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 4/09/17 EXAMEN: SEPTIEMBRE

1) *a*) Se consideran las matrices:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2-a & 1 & a \\ 3 & 3 & a \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1) Estudia el rango de P según los distintos valores de $a \in \mathbb{R}$.

2) Para el caso $a = 1$, halle X tal que $P \cdot X = Q$

b) Dado el sistema

$$\begin{aligned} x + z &= 2 \\ x + my - z &= 4 \\ -mx - y - z &= -5 \end{aligned}$$

1) Discutir el sistema para los distintos valores de m.

2) Resolverlo cuando sea compatible indeterminado.

3) Resolverlo para $m = -2$.

2) *a*) Consideramos la recta r definida por $r : \begin{cases} x + y = 2 \\ y - z = 0 \end{cases}$ y la recta s que pasa por los puntos $A(2, 1, 0)$ y $B(1, 0, -1)$.

I) Estudiar la posición relativa de ambas rectas.

II) Determinar el punto C de la recta r tal que $\overrightarrow{CA}$ y $\overrightarrow{CB}$ sean perpendiculares.

b) Dado el plano $\pi : x + 3y + z - 4 = 0$, se pide:

I) Calcula el ángulo que forman π y el plano $x = 0$.

II) Calcula el volumen del tetraedro determinado por el plano π y los planos $x = 0$, $y = 0$ y $z = 0$.

3) *a*) Dada la función $y = \dfrac{1}{x \ln x}$, Hallar:

1) Dominio de la función.

2) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.

3) Asíntotas y puntos de corte con los ejes.

b) Calcular $\displaystyle\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen} x(1 - \operatorname{sen} x)}{(\cos x)^2}$

4) *a*) Hallar el área del recinto limitado por las funciones $y = \dfrac{1}{x}$, $y = \dfrac{x}{4}$ e $y = 4x$

b) Calcular la siguente integral $\displaystyle\int \frac{e^{3x}}{e^{2x} - 3e^x + 2}\, dx$ mediante el cambio $t = e^x$