EVALUACIÓN: 1ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 9/11/15 EXAMEN: 1º

1) *a*) La liga de fútbol de un cierto país la juegan 21 equipos a doble vuelta. Este año, los partidos ganados valían 3 puntos, los empatados 1 punto y los perdidos 0 puntos. En estas condiciones, el equipo campeón de liga obtuvo 70 puntos. Hasta el año pasado los partidos ganados valían 2 puntos y el resto igual. Con el sistema antiguo, el actual campeón hubiera obtenido 50 puntos. ¿Cuantos partidos ganó, empató y perdió el equipo campeón? (Ressuélvelo por el método de Gauss)

b) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a^3 & a^2b & a^2b \\ ab & a^2 & b^2 \\ ab & b^2 & a^2 \end{pmatrix}$, se pide:

I) Sin utilizar la regla de Sarrus, calcular el determinante de A.

II) Estudiar el rango de A en el caso en que $b = -a$

2) *a*) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Resolver la ecuación matricial $A \cdot B - C \cdot X = 2C$

b) Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 7$, calcular, razonadamente, $\begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ a+p & b+q & c+r \\ -x+a & -y+b & -z+c \end{vmatrix}$

3) Dado el sistema: $\left\{ \begin{array}{l} 2mx - 2y - mz = 2 \\ mx - y + z = 5 \\ 3mx + 4y + (m-1)z = m - 8 \end{array} \right.$, se pide:

a) Clasificar el sistema según los distintos valores del parámetro.

b) Resolverlo en el caso de compatible.

EVALUACIÓN: 1ª **CURSO: 2º B.C.T.** **FECHA: 26/11/15** **EXAMEN: Rec.**

1) *a)* Se ha pagado una factura de 6100 € con billetes de 500, 200 y 100 €. El cuádruple de los billetes de 500 € excede en 5 unidades al triple de los billetes de 100 €, y si al quíntuplo de los billetes de 200 le sumamos 4 se obtiene el doble de los billetes de 100 y 500 € juntos. ¿Cuántos billetes hay de cada clase? (Resuélvelo por el método de Gauss)

b) Estudiar el rango de la matriz A según los distintos valores del parámetro a. Calcular, si existe, la matriz inversa de A para $a = 0$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a^2 \\ 1 & a^2-1 & a \\ 1 & 2(a^2-1) & 2a-1 \end{pmatrix}$$

2) *a)* Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 5 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2$ Calcular:

I) $\begin{vmatrix} 3x & 3y & 3z \\ 6 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ **II)** $\begin{vmatrix} 5x & 5y & 5z \\ 1 & 0 & 3/5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ **III)** $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 2x+5 & 2y & 2z+3 \\ x+1 & y+1 & z+1 \end{vmatrix}$

b) Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$. Se pide:

I) Demostrar que se verifica la igualdad $A^4 - I_3 = 0_3$.

II) Justifica que toda matriz cuadrada de orden 3 que cumple (**I**) es invertible.

III) Calcular razonadamente A^{23}

IV) Resuelve la ecuación $A \cdot X = A^4$

3) Dado el sistema: $\begin{cases} (2m+5)x + (2m+10)y + 6z = 8 \\ m^2x - 2z = m \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$, se pide:

a) Clasificar el sistema según los distintos valores del parámetro.

b) Resolverlo en el caso de compatible.

EVALUACIÓN: 2ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 25/01/16 EXAMEN: 3º

1) Dados los vectores $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{v} = (2, 2, a)$ y $\vec{w} = (0, a, 2)$, se pide:

a) Comprueba que $\vec{u} \cdot (\vec{u} \wedge \vec{v}) = 0$. ¿Es cierta esta igualdad para cualquier par de vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$? Razona la respuesta.

b) Hallar los valores de a para los que los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean linealmente dependientes.

c) Determinar los valores de a para los que los vectores $\vec{u} + \vec{v}$ y $\vec{u} - \vec{w}$ sean ortogonales.

d) Poner el vector $(1, 2, -3)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ para $a = 1$

2) Dados la recta $r : \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-4}{a+1} = z + 1$ y el plano $\pi : 2x + by + z + 1 = 0$. Calcular a y b en los siguientes casos:

a) r pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a π. Calcula en este caso el punto de intersección.

b) r pasa por el punto $P(2, 2, 1)$ y es paralela a π. Calcula en este caso la distancia entre la recta y el plano.

c) r está contenida en π

3) Dados los puntos $A(1, 2, 1)$ y $B(3, 0, -1)$ y el plano $\pi : 2x + 3y - z = 0$, se pide:

a) Ecuación de la recta que es perpendicular a π y pasa por el punto medio de AB.

b) Hallar el punto de π cuya distancia a A es mínima. ¿ Cuánto vale esa distancia?

c) Dados los puntos $P(0, 0, \alpha)$ y $Q(1, -1, 3 - \alpha)$, estudiar, en función de α, la posición relativa de la recta determinada por P y Q y el plano π.

4) Dados los puntos $A(1, 0, -1)$, $B(3, 0, 2)$ y $C(2, 0, 1)$, el plano $\pi : x - 2y + z + 1 = 0$ y las rectas de ecuaciones:

$$r : x + 1 = \frac{y-1}{2} = -z \quad ; \quad s : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

Hallar:

a) Ecuación de la recta que pasa por A y B.

b) Ángulo de r y π.

c) Distancia de r a s.

d) Plano perpendicular a r y dista $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ unidades de A.

e) Simétrico de C respecto al plano $x + y - z + 2 = 0$

EVALUACIÓN: 2ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 11/02/16 EXAMEN: Rec.

1) *a*) Determiar los valores a y b, $a > 0$, para que los vectores $\vec{u} = (a, b, b)$, $\vec{v} = (b, a, b)$ y $\vec{w} = (b, b, a)$ sean unitarios y ortogonales dos a dos.

b) Para $b = 1$. ¿Cuánto debe valer a para que los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ formen una base de V_3?

2) Dadas las rectas $r : \left\{ \begin{array}{l} 3x - y + z = 0 \\ x - y = 1 \end{array} \right.$,y $t : \left\{ \begin{array}{l} x = 4 - 2\lambda \\ y = -1 \\ z = 1 - \lambda \end{array} \right.$, se pide:

a) Determinar la ecuación de la recta s que pasa por el punto $P(2, -1, 0)$ y corta perpendicularmente a r. Calcular el punto Q intersección de r y t y el simétrico de P respecto de r

b) Obtener, explicando el procedimiento utilizado, una recta paralela a t que se cruce con r.

3) Dados el punto $P(2, 1, -1)$, el plano $\pi : x - 3y + z + 13 = 0$ y la recta $r : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{-z-2}{1}$, determinar:

a) Distancia del punto P al plano π, y a la recta r.

b) El área del triángulo formado por el origen de coordenadas, el punto P y el punto de intersección de r con π.

c) Plano que contiene a r y a P

4) Dadas las rectas $r : \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = z$ y $s : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$, se pide:

a) Estudiar la posición relativa de r y de s.

b) Hallar $d(r, s)$.

c) Determinar la ecuación de la recta que es perpendicular e incidente con r y con s.

EVALUACIÓN: 3ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 23/03/16 EXAMEN: 5º

1) *a*) Calcula k para que $\lim_{x\to -1}\left(\dfrac{x^2+x+2}{x^2+1}\right)^{\dfrac{kx^2}{x+1}}=\sqrt{e}$

b) Calcula $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{4x^4-3x^3-2}-\sqrt{4x^4-5x^3+1}}{2x+1}$

c) Calcula $\lim_{x\to 2}\left(\dfrac{x-2}{x^2+x-6}-\dfrac{x-2}{x^2-x-2}\right)$

2) *a*) Dada la función $f(x)=\dfrac{x+a}{x+|2-x|}$

I) Definirla a trozos.

II) Comprueba que es continua en $\mathbb{R}$ para cualquier valor de a.

III) Calcule a para que sea derivable en $\mathbb{R}$

b) Escribe la expresión analítica de una función (puede ser a trozos) para que tenga una discontinuidad evitable en $x=1$, una discontinuidad de salto finito en $x=2$ y una discontinuidad de salto infinito en $x=3$

3) Dada la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax-1}{x-1} & \text{si } x\leq -1\\ \dfrac{b}{x+2}+\sqrt{x+2} & \text{si } x>-1\end{cases}$

I) Calcule a y b para que la función sea derivable en $\mathbb{R}$

II) Para los valores de a y b calculados en (I), calcule la ecuación de la recta tangente en el punto de conexión y en los puntos de abscisa $x=-2$ y $x=2$.

4) Calcule la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa $x=1$ de las siguientes funciones, simplificando todo lo posible la derivada

a) $y=(x+1)^{\dfrac{1}{x^2}}$

b) $y=\ln\sqrt{\dfrac{2+x}{2-x}}$

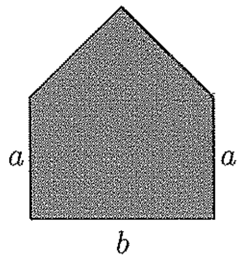
c) $y=\operatorname{arc\,tg} x-\operatorname{arc\,tg}\dfrac{1}{x}$ (ángulo en radianes)

EVALUACIÓN: 3ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 13/05/16 EXAMEN: 6º

1) *a*) Calcular los siguientes límites:

I) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(1 + 2\cos x\right)^{1/\cos x}$ II) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x + e^{-x} - x^2 - 2}{\operatorname{sen}^2 x - x^2}$

b) El perímetro de la ventana del dibujo mide 6 m. Los lados superiores forman entre sí un ángulo de 90°. Calcular a y b para que el área de la ventana sea máxima.



2) Dada la función $y = \ln(x^2 + 1)$. Calcula su dominio, los cortes con los ejes, las asíntotas, máximos, mínimos, puntos de inflexión y represéntala gráficamente.

3) Calcula las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{arc\,tg}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx$

b) $\displaystyle\int \frac{e^x(e^x+1)}{e^{2x}+e^x-2}\,dx$ utilizando el cambio de variable $e^x = t$

4) *a*) Calcular $\displaystyle\int_e^{e^e} \frac{\ln(\ln x)}{x \ln x}\,dx$

b) Hallar el área del recinto comprendido entre las curvas $y = -x^2 + 5$ e $y = 4/x^2$ en el primer cuadrante, haz un esbozo de las gráficas.

EVALUACIÓN: 3ª CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 18/05/16 EXAMEN: Rec.

1) a) Sea $f(x)$ una función definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{m}{x-2}-n} & \text{si } x < 1 \\ 1 - x\ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calcular

I) m y n para que la función sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

II) La tangente en la conexión.

b) Deriva y simplifica la siguiente función $f(x) = \operatorname{arc\,sen}\dfrac{x}{2} + \sqrt{4-x^2}$

2) a) Calcular los siguientes límites:

I) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^3-2x+2}{3x^2-2}\right)^{\frac{x^2-3x}{x^2+x-2}}$ II) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$

b) En un terreno con forma de triángulo rectángulo, los catetos miden $AB = 60$ m y $AC = 45$ m. En este terreno se puede construir una casa de planta rectángular. Se quiere vender este terreno y nos pagan 500 € por cada metro cuadrado no edificable y 2500 € por cada metro cuadrado edificable. ¿Cuáles son las dimensiones de la parte edificable que nos permite obtener un valor máximo para este terreno?

3) Si $f(x) = e^{-x}(x^2+6x+9)$, se pide:

a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos. Puntos de inflexión

b) $\displaystyle\int e^{-x}(x^2+6x+9)\,dx$.

4) a) Calcular $\displaystyle\int (x^2+1)\ln(x+1)\,dx$

b) Hallar el área del recinto comprendido por la curva $y = x\sqrt[3]{x^2-1}$, $x=-1$ y $x=3$, haz un esbozo de la gráfica.

CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 20/05/16 Final - 1ª Ev

1) Un libro de 180 páginas tiene tres capítulos. Por cada tres páginas del 1º capítulo el 2º capítulo tiene cuatro, y el 30 % de las páginas del 1º y 2º excede en 2 páginas al 3º capítulo. Halla el número de páginas de cada capítulo.

Resuelve el sistema resultante por el método de Gauss.

2) *a*) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & \lambda \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, halla los valores de λ para que la matriz $A \cdot B$ sea inversible.

b) Para $\lambda = 2$, halla la matriz $(A \cdot B)^{-1}$

c) Para $\lambda = 2$, halla la matriz X que cumple: $X \cdot A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}^t$

3) *a*) Buscar una matriz X cuyo primer elemento (a_{11}) valga 2 y tal que la suma $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} \cdot X + X \cdot \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 11 & -1 \end{pmatrix}$ sea la matriz nula.

b) Utiliza las propiedades de los determinantes para desarrollar $\begin{vmatrix} x & 2x+1 & 3x+2 \\ x & 2x+3 & 2x+4 \\ x & 2x+5 & 3x+6 \end{vmatrix}$

Enuncia las propiedades que has utilizado.

4) Dado el sistema: $\left\{ \begin{array}{l} x + (m-1)y - z = 0 \\ (m-1)x + 3y + z = m \\ y + z = 1 \end{array} \right.$, se pide:

a) Clasificar el sistema según los distintos valores del parámetro m.

b) Resolverlo en el caso de compatible.

CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 20/05/16 Final - 2ª Ev

1) Sean r la recta y π el plano determinados del siguiente modo:

- r pasa por los puntos $A(2,2,4)$ y $B(-1,2,1)$
- π pasa por los puntos $C(1,0,1)$, $D(1,-1,0)$ y $E(3,0,0)$

Se pide:

a) Probar que la recta r no es pararlela al plano π.

b) Calcula el punto P intersección de r y π y el ángulo que forman la recta r y el plano π.

c) Determina los puntos S y T de la recta r que cumplan que su distancia a π sea 4.

2) Consideremos la recta $r : \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ y el punto $P(1,2,-1)$.

a) Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r.

b) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano que has hallado en el apartado anterior, y los ejes coordenados.

3) Dados las rectas $r : \begin{cases} 4x + 2y - z = 9 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$ $s : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ ax - 2y = -2 \end{cases}$

a) Calcula el valor de a para que las rectas r y s sean paralelas.

b) Para el valor de a que hayas obtenido en el apartado anterior, calcula la ecuación del plano π que contiene a las dos rectas r y s.

4) Sabiendo que las rectas: $r : x = y = z$ y $s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = -\lambda \end{cases}$ se cruzan, halla la perpendicular común y los puntos de apoyo.

CURSO: 2º B.C.T. FECHA: 25/05/16 Final - 3ª Ev

1) *a*) Sea $f(x)$ una función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+a}{x+1} + x & \text{si } 0 < x < 2 \\[2ex] \dfrac{x-b}{x-1} - x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Calcular

I) Calcula a y b para que la función sea derivable en $(0, +\infty)$.

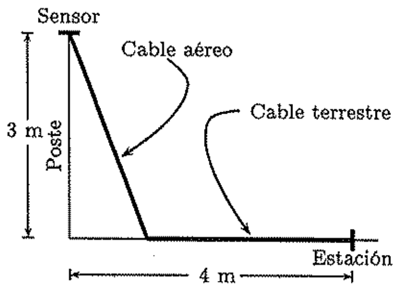
II) Si $a = b = -2$ estudia la continuidad y derivabilidad.

b) Deriva y simplifica la siguiente función $f(x) = \ln\left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}\right)$

2) *a*) $\lim\limits_{x \to 0} \left(1 + \operatorname{sen} x - \cos x\right)^x$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} + e^{-2x} - 4x^2 - 2}{e^x - e^{-x} - 2x}$

c) Un poste de 3 metros de altura tiene en su punta un sensor que recoge datos meteorológicos. Dichos datos deben trasmitirse a través de un cable a una estación de almacenamiento situada a 4 metros de la base del poste. El cable puede ser aéreo o terrestre, según vaya por el aire o por el suelo (véase figura).



El coste del cable es distinto según sea aéreo o terrestre. El metro de cable aéreo cuesta 3000 euros y el metro de cable terrestre cuesta 1000 euros. ¿Qué parte del cable debe ser aéreo y qué parte terrestre para que su coste sea mínimo?

3) Dada la función $f(x) = x \cdot e^{-x^2/2}$. Calcula su dominio, los cortes con los ejes, las asíntotas, máximos, mínimos, puntos de inflexión y represéntala gráficamente.

4) *a*) Calcular $\displaystyle\int \frac{(\operatorname{sen}^3 x + 1)\cos x}{\operatorname{sen}^3 x - 2\operatorname{sen}^2 x - 3\operatorname{sen} x}\,dx$

b) Hallar el área del recinto encerrada por las curvas $f(x) = x^2 \ln x$ y $g(x) = 4 \ln x$.

CURSO: 2º B.C.T. **EXAMEN: SEPTIEMBRE 2016**

1) **a)** Calcula razonadamente sin utilizar la regla de Sarrus $\begin{vmatrix} a & b & c \\ -a+c & -b-a & -c+b \\ c+a & b-a & c+b \end{vmatrix}$

b) Dado el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} ax+2y+3z=1 \\ x+ay+3z=2 \\ 2x+(2+a)y+6z=3 \end{array}\right\}$$

i) Discutirlo según los valores del parámetro ***"a"***

ii) Resolverlo cuando sea compatible

2) a) Dado el punto P(3,4,-1) y la recta $r: \begin{cases} 3x+y-z=3 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$ determinar el punto ***Q*** simétrico de ***P*** respecto a la recta ***r***

b) Dadas las rectas: $r: \begin{cases} x+y-2=0 \\ x-2y+z+k=0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} 3x-y-2k=3 \\ x+y+z-2=0 \end{cases}$

Determinar su posición relativa en función del parámetro ***k*** y calcular su intersección cuando sean secantes

3) a) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)-x}{x^2} & si \quad x \neq 0 \\ -\frac{k}{2} & si \quad x = 0 \end{cases}$ Calcula $\boldsymbol{k}$ para que sea continua en $\boldsymbol{x=0}$

b) Dada la función $f(x) = x^2\ e^{\frac{1}{x}}$. Calcula sus máximos, mínimos y puntos de inflexión

c) Se dispone de un hilo metálico de 140 m de longitud. Se quiere dividir dicho hilo en tres trozos de forma que uno de ellos tenga longitud doble del otro y tal que al construir con cada uno de ellos un cuadrado, la suma de las áreas de los tres cuadrados sea mínima. Encontrar la longitud de cada trozo

4) a) Calcula

$$\int_0^{\pi} (x^2 - x)\,.\ sen\,2x \quad dx$$

b) Calcula

$$\int \frac{\ln x + 1}{x\ .\ (\ln^2 x - \ln x)}\ dx$$

c) Dadas las funciones $y = x^2 + 1$ e $y = \frac{2}{x}$

i) Haz un esbozo de la gráfica de las dos funciones

ii) Halla el área encerrada por las dos funciones y las rectas $x = 0$, $x = 2$